Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie
der Kondensierten Materie

Theorie der Kondensierten Materie I   WS 2011/2012

Prof. Dr. J. Schmalian
Dr. B. Narozhny

Blatt 7
Besprechung 09.12.2011

---

1. Stoner-Instabilität: (20 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen sie die paramagnetische Suszeptibilität im Rahmen der phänomenologischen Landau Fermi-Flüssigkeitstheorie herleiten, und zeigen dass die Wechselwirkung zur ferromagnetischen sog. Stoner Instabilität führt.

In der Landau Fermi-Flüssigkeitstheorie wird die Korrektur der Energie der Quasiteilchen geschrieben als

$$\delta\epsilon_{\boldsymbol{p}\sigma} = \sum_{\boldsymbol{p}',\sigma'} f_{\boldsymbol{p}\sigma,\boldsymbol{p}'\sigma'} \delta n_{\boldsymbol{p}'\sigma'}, \tag{1}$$

$\delta n_{\boldsymbol{p}'\sigma'}$ ist eine Änderung der Teilchendichte.

Das Landau-Funktional $f_{\boldsymbol{p}\sigma,\boldsymbol{p}'\sigma'}$ hängt dabei von zwei Spin-Richtungen ab. Wir können diese Abhängigkeit explizit schreiben als

$$f_{\boldsymbol{p}\sigma,\boldsymbol{p}'\sigma'} = f^s_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}'} + \sigma\sigma' f^a_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}'}.$$

wobei f^s beschreibt eine spin-unabhängigen Anteil (diagonal im Spinraum), während f^a eine Spin-Spin-Wechselwirkung beschreibt.

Die Dichte der Quasiteilchen ist mit der Energie verbunden über

$$n = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/T} + 1}. \tag{2}$$

Das bedeutet, dass im Rahmen dieser Theorie die Energie der Quasiteilchen von ihrer Dichte abhängt, die wiederum von der Energie abhängt.

(a) Betrachten sie das System in einen äusseren Magnetfeld. Es ergibt sich eine Korrektur der Energie nach dem Zeeman Effekt.

Benutzen sie die Abhängigkeit zwischen n und ϵ (2) um aus Gleichung (1) eine selbstkonsistente Gleichung für die Änderung der Quasienergie zu erhalten.

(b) Lösen sie diese Gleichung unter der Annahme, dass die Änderung der Energie proportional zur Zeeman Energie ist.

(c) Benutzen sie obige Lösung um die Magnetisierung des Systems zu finden. Berechnen sie daraus die paramagnetische Suszeptibilität.

Unter welchen Umständen divergiert die Suszeptibilität? Warum ist dies eine "ferromagnetische" Instabilität?

*** Stoner-Instabilität II**

Betrachten Sie jetzt das System im ferromagnetischen Zustand. Jetzt zeichnet sich das System durch einer endlichen Magnetisierung aus. Nehmen Sie an, dass $\boldsymbol{m}$ den Einheitsvektor in Richtung der Magnetisierung ist. Die Energie eines Quasiteilchens hängt jetzt von der Orientirung des Spins des Teilchens bezüglich $\boldsymbol{m}$ ab:

$$\hat{\epsilon}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{\sigma}) = \hat{\epsilon}_0(\boldsymbol{p}) - b(\boldsymbol{p})\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{m}.$$

Wenn das Spin des Elektrons parallel zu $\boldsymbol{m}$ ist, dann hat das Elektron die Energie $\epsilon_0 - b$. Die entsprechende Verteilungsfunktion lautet $n^+ \equiv n_F(\epsilon_0 - b)$. Im Gegenteil, wenn das Spin antiparallel zu $\boldsymbol{m}$ ist, dann ist die Energie des Elektrons $\epsilon_0 + b$ mit der Verteilungsfunktion $n^- \equiv n_F(\epsilon_0 + b)$. Die beide Fälle kann man als einzige Matrix-Verteilungsfunktion schreiben:

$$\hat{n}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}\left(n^+ + n^-\right) + \frac{1}{2}\left(n^+ - n^-\right)\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{m}.$$

(a) Finden Sie die Beziehung zwischen die Funktionen $b(\boldsymbol{p})$ und $f^a_{\boldsymbol{p},\boldsymbol{p}'}$.

Hinweis: Betrachten Sie die kleine Änderung der Energie des Elektrons angemessen zu einer kleiner Drehung des Vectors $\boldsymbol{m}$.

(b) Benutzen Sie das Ergebniss um das Kriterium für die Stroner-Instabilität (sehen Sie die Aufgabe 1c) herzuleiten.