Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Theorie der Kondensierten Materie I WS 2011/2012

Prof. Dr. J. Schmalian **Blatt 9**

Dr. B. Narozhny **Besprechung 13.01.2012**

---

1. Hall Koeffizient (10 Punkte)

Berechnen sie den Hall-Koeffizienten im Elektronengas ohne Wechselwirkungen.

Lösen sie dafür die Boltzmann-Gleichung mit Magnetfeld $\vec{B} = B\hat{e}_z$ und angelegtem elektrischen Feld $\vec{E} = E\hat{e}_x$ in der Stoßzeitnäherung.

Das Magnetfeld führt zu einem effektiven transversalen elektrischen Feld $E_\perp \parallel \hat{e}_y$.

Der Hall-Koeffizient ist dann definiert als

$$R = \frac{E_\perp}{Bj_x} \tag{1}$$

Hinweis: Verwenden sie den Ansatz

$$\delta f = \tau e \vec{X} \cdot \vec{v}_k \left(\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \tag{2}$$

für die Änderung der Verteilungsfunktion. Finden sie den Ausdruck für $\vec{X}$. Vergleichen sie mit der Berechnung der elektrischen Leitfähigkeit. Was ist die Bedeutung von $\vec{X}$?

2. Der thermoelektrische Effekt (10 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen sie die Formel für thermoelektrischen Effekt (Mott-Formel) für ein freies Elektronengas herleiten. Bei Anlegen eines Temperaturgradienten gilt für den elektrischen Strom

$$\vec{j} = -\eta \nabla T \tag{3}$$

mit dem thermoelektrischen Koeffizienten $\eta = \frac{\pi^2}{9} eT \frac{\partial}{\partial \epsilon}(\nu D)|_{\epsilon=\mu}$. ν ist hier die Zustandsdichte und $D = \frac{1}{3} v_F^2 \tau$ der Diffusionskoeffizient.

Die Herleitung ist ähnlich zur Berechnung der elektrischen Leitfähigkeit (wie in der Vorlesung besprochen) und besteht aus den folgenden Schritten:

(a) Wir nehmen an, dass sich die Temperatur als Funktion des Ortes nur langsam ändert

$$T = T_1 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\nabla T. \tag{4}$$

Falls die Änderung der Temperatur langsam genug ist, kann man die Elektronen durch eine "Beinahe-Gleichgewichts"-Verteilungsfunktion beschreiben.

Finden sie diese Verteilungsfunktion. Diskutieren sie die Grenzen dieser Näherung. Wie langsam (in Relation zu welcher anderen Größe) muss die Änderung sein?

(b) Betrachten sie die linke Seite der Boltzmann-Gleichung (5) und berechnen sie den Gradienten der Verteilungsfunktion.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\,\nabla f = I[f] \tag{5}$$

(c) Benqutzen sie die Boltzman Gleichung in der τ (Stoßzeit) Näherung, in der gilt $I[f] = -\frac{f-f_0}{\tau}$. Lösen sie die Gleichung für die Korrektur $f_1 = f - f_0$.

Nehmen sie dabei an, dass die räumliche Änderung des chemischen Potentials μ schon im effektiven elektrochemischen Feld enthalten ist, so dass sie den Gradienten von μ vernachlässigen können.

(d) Berechnen sie den vom Temperaturgradienten hervorgerufenen elektrischen Strom und bestimmen sie den thermoelektrischen Koeffizienten η.

Hinweis: Eine naive Rechnung würde eine konstante Zustandsdichte annehmen. Dies führt aber zu keinen Stromfluss. Eine konstante Zustandsdichte gibt Rückschlüsse auf eine vorhandene Symmetrie zwischen Elektronen und Löchern im System. Die Tatsache, dass die naive Rechnung zu keinem Stromfluss führt, zeigt, dass die thermoelektrischen Phänomene auf einer Assymmetrie zwischen Elektronen und Löchern basieren. Wie kann dieses Konzept mathematisch ausgedrückt werden?