

Moderne Theoretische Physik für Informatiker SS 2014

Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. NarozhnyBlatt 10
Besprechung 02.07.2014

1. Teilchen mit Spin im Magnetfeld:

Ein Elektron besitzt dank seines Spins ein sog. magnetisches Moment $\boldsymbol{\mu}$. Der entsprechende Operator ist gegeben durch

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = -\left(\frac{e}{mc}\right)\hat{\mathbf{S}}$$

wobei $e > 0$ die elektrische Elementarladung darstellt, m die Masse des Elektrons und $\hat{\mathbf{S}}$ den Spinoperator.

Wenn sich das Elektron nun in einem magnetischen Feld befindet wirkt wegen des magnetischen Moments auf das Elektron eine Kraft, deren Wirkung durch den folgenden Hamiltonoperator beschrieben werden kann:

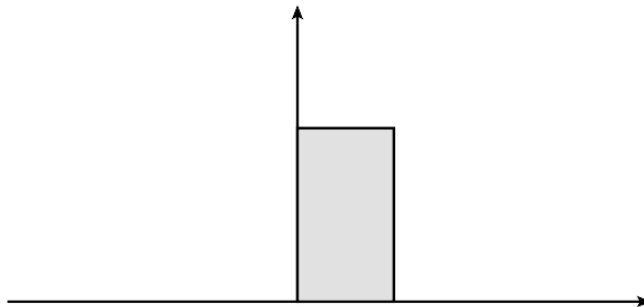
$$\hat{H} = -\hat{\boldsymbol{\mu}}\mathbf{B} = \left(\frac{e}{mc}\right)\hat{\mathbf{S}}\mathbf{B}$$

Nehmen Sie nun an, das Elektron sei in einem homogenen magnetischen Feld $\mathbf{B} = B_0\mathbf{e}_z$. Bei $t = 0$ sei der Spin des Elektrons nun beschrieben durch den zweikomponentigen "Spinor"

$$\psi = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

- Finden Sie die möglichen Energien und Energieeigenzustände für den Hamiltonoperator $\hat{H} = \frac{e}{mc} B_0 \hat{S}_z$.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die Energien im Zustand ψ gemessen werden würden.
- Bestimmen Sie die Zeitentwicklung des Spins.
- Berechnen Sie die Larmor-Frequenz, mit der sich der Spinvektor um die z -Achse dreht. Berechnen Sie dazu die Erwartungswerte $\langle \hat{S}_x \rangle$, $\langle \hat{S}_y \rangle$ und $\langle \hat{S}_z \rangle$ als Funktion der Zeit und identifizieren Sie die Bewegung als Präzession um die z -Achse.

2. Potentialbarriere:



Betrachten Sie die Streuung auf einer rechteckigen Potentialbarriere. Die potentielle Energie lautet $V(x) = 0$ für $x < 0$ und $x > a$, und $V(x) = V_0$ für $0 < x < a$.

Betrachten Sie die Situation wo eine ebene Welle der Amplitude eins von der linken Seite auf die Barriere geschickt wird. Benutzen Sie den folgenden Ansatz. Auf der linken Seite suchen Sie nach einer Lösung in der Form

$$\psi_I(x) = e^{ik_1x} + r e^{-ik_1x},$$

wobei r der Reflexion-Koeffizient ist. Auf der rechten Seite erwarten wir

$$\psi_{III}(x) = t e^{ik_3x}.$$

Das entspricht dem Teil der Welle der transmittiert wurde.

Für jeden Punkt wo das Potential springt, brauchen Sie die folgende Randbedingungen: die Wellenfunktion $\psi(x)$ und die Ableitung $\partial\psi/\partial x$ müssen stetig sein.

Finden Sie die Tunnel-Wahrscheinlichkeit $T = |t|^2$ und die Rückstrahlung-Wahrscheinlichkeit $R = |r|^2$ in die folgenden Fälle:

- die Energie des einlaufenden Teilchens sei $E > V_0$;
- die Energie des einlaufenden Teilchens sei $E < V_0$.
- Bestimmen Sie die Beziehung zwischen T und R .