Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie
der Kondensierten Materie

Moderne Theoretische Physik für Informatiker SS 2014

Prof. Dr. A. Shnirman

Dr. B. Narozhny

Blatt 12

Besprechung 08.07.2014

---

1. Harmonischer Oszillator:

(a) Die Wellenfunktion des harmonischen Oszillators im Grundzustand ist gegeben durch

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-m\omega x^2/(2\hbar)}.$$

Benutzen Sie die explizite Form des Erzeugungsoperators

$$\hat{a}^\dagger = \frac{m\omega\hat{x} - i\hat{p}}{\sqrt{2m\hbar\omega}},$$

und finden Sie die Wellenfunktionen der ersten zwei angeregten Zustände $\psi_1(x)$ und $\psi_2(x)$.

(b) Betrachten Sie jetzt die Zustände $|1\rangle$ and $|2\rangle$. Finden Sie die zeitabhängige Wellenfunktionen dieser Zustände und die zeitabhängige Koordinate des Oszillator $\langle x(t)\rangle$ in diesen Zuständen.

(c) Betrachten Sie jetzt die folgenden Linearkobinationen der Zustände $|1\rangle$ and $|2\rangle$, die zur Zeit $t = 0$ gegeben sind durch

$$|1\rangle + |2\rangle,$$

und

$$|1\rangle + i|2\rangle.$$

Finden Sie die normalisierten Wellenfunktionen und die Mittelwerte $\langle x(t)\rangle$ in diesen Zuständen.

2. Harmonischer Oszillator in zwei Dimensionen:

Finden Sie die Energieniveaus des zweidimensionalen Oszillators. Der Hamiltonoperator des Systems lautet

$$\widehat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2M} + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k\left(x_1^2 + x_2^2\right) + \alpha x_1 x_2, \qquad |\alpha| < k.$$