Moderne Theoretische Physik für Informatiker SS 2014

Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. Narozhny

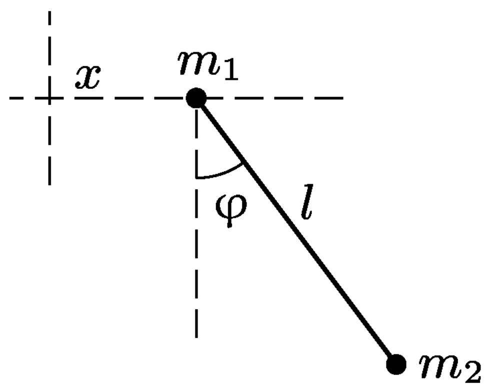
Blatt 3
Besprechung 06.05.2014

---

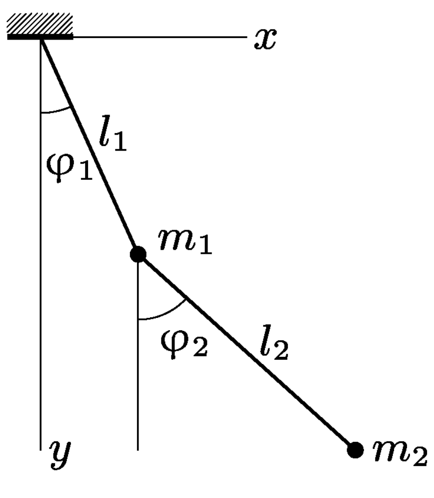
1. Lagrangefunktion:

Bestimmen Sie die Lagrangefunktionen und die zugehörigen Bewegungsgleichungen:

(a) Eine Masse (m_2) hängt von einer anderen Masse (m_1) herunter, welche sich frei und ohne Reibung in der horizontalen x-Richtung bewegen kann (siehe Bild). Die Länge des Seiles sei konstant gleich l. Das Pendel habe dabei die Möglichkeit in der xz-Ebene zu schwingen.



(b) Zwei gekoppelte Pendel in der xy-Ebene (siehe Bild)



2. Erhaltungssätze:

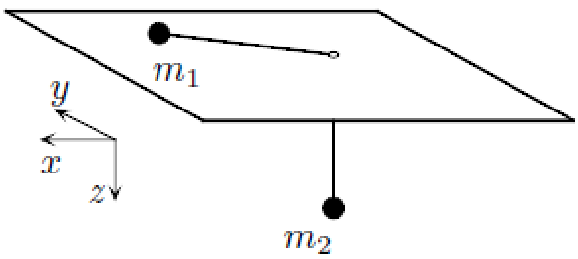
(a) Finden Sie die erhaltenen Impulse und Energien für die Systeme, die durch die folgenden Lagrangefunktionen beschrieben sind

i)
$$L = a\sqrt{1 - u\dot{x}^3} - kx^2$$

ii)
$$L = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{x}\dot{y}\right) - cx^4 - dy^6$$

iii)
$$L = \frac{m}{2}(l - a\varphi)^2\dot{\varphi}^2 + mg\left[(l - a\varphi)\sin\varphi - a\cos\varphi\right]$$

(b) Betrachten Sie zwei Massen m_1 und m_2 im konstanten Gravitationsfeld $\vec{F} = mg\vec{e}_z$, welche durch einen dünnen Faden der Länge l aneinander gebunden sind. Die Masse m_1 befindet sich dabei auf einer Ebene ($z = konst$), die Masse m_2 hängt frei von dieser Ebene herab (siehe Bild).



i) Benutzen Sie die EulerLagrangeGleichungen, um die Bewegungsgleichungen der beide Massen aufzustellen.

Die Koordinaten $(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2)$ sind nicht geeignet, da es komplizierte Abhängigkeiten gibt. Führen Sie daher ebene Polarkoordinaten ($x_1 = r_1\cos(\phi_1), y_1 = r_1\sin(\phi_1), z_1$) und sphärische Koordinaten ($x_2 = r_2\cos(\phi_2)\sin(\theta_2), y_2 = r_2\sin(\phi_2)\sin(\theta_2), z_2 = r_2\cos(\theta_2)$) für m_1 bzw. m_2 ein. Wieso sind diese Koordinaten geschickter, bzw. was sind die Zwangsbedingungen in den Koordinaten $(r_1, \phi_1, z_1; r_2, \phi_2, \theta_2)$?

ii) Bestimmen Sie weiter alle Erhaltungsgrößen in diesem physikalischen System.