KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE

INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE

Klassische Theoretische Physik II (Theorie B)   Sommersemester 2016

Prof. Dr. Alexander Mirlin

PD Dr. Igor Gornyi, Nikolaos Kainaris

Blatt 13. Abgabe: 15.07.2016

Besprechung: 19.07.2016

---

1. Hamiltonfunktion (2+3+3=8 Punkte)

Schreiben Sie die Hamiltonfunktion und die kanonischen Bewegungsgleichungen für

(a) den gleitenden Massenpunkt auf einer Kugel (Aufgabe 3 von Blatt 2);

(b) das ebene Doppelpendel (Aufgabe 1 von Blatt 8);

(c) das Pendel mit bewegtem Aufhängepunkt (Aufgabe 2 von Blatt 8).

2. Poissonklammern (2+4+2=8 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Poissonklammern $\{\vec{p}, f(\vec{r})\}$ und $\{\vec{r}, f(\vec{p})\}$ für eine analytische skalare Funktion f.

(b) Berechnen Sie die Poissonklammern $\{f_i, L_k\}$ (in kartesischen Koordinaten) für $f_i = x_i$, $f_i = p_i$ und $f_i = L_i$, wobei L_i die i-te Komponente des Drehimpulses bezeichnet. Zeigen Sie, dass sich alle Ergebnisse in der Form $\{f_i, L_k\} = \sum_l \epsilon_{ikl} f_l$ mit dem Levi-Civita-Tensor ϵ_{ijk} zusammenfassen lassen.

(c) Zeigen Sie, dass die folgenden Poissonklammern alle identisch Null sind:

$$\{L_i, r^2\}, \quad \{L_i, p^2\}, \quad \{L_i, \vec{p}\cdot\vec{r}\}, \quad \{L_i, L^2\}.$$

3. Erhaltungsgrößen (2+2=4 Punkte)

Nehmen Sie an, dass ein System die folgenden Erhaltungsgrößen besitzt:

(a) p_x und L_z;

(b) L_x und L_z.

Finden Sie weitere Erhaltungsgrößen für jeden dieser beiden Fälle.

4. Bonusaufgabe zum Vorrechnen im Tutorium am 12. Juli

Betrachten Sie die Hamiltonfunktion eines Punktteilchens im eindimensionalen quadratischen Potential $U(x) = m\omega^2 x^2/2$. Führen Sie die Koordinaten

$$a = \frac{m\omega x + ip}{\sqrt{2m\omega}}, \quad a^* = \frac{m\omega x - ip}{\sqrt{2m\omega}}.$$

ein und drücken Sie die Hamiltonfunktion durch diese Koordinaten aus.
Zeigen Sie, dass für die Poissonklammer von a und a^* gilt

$$\{a, a^*\} = -i\,.$$

Geben Sie die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichungen für $a(t)$ und $a^*(t)$ an.