

Klassische Theoretische Physik II (Theorie B) Sommersemester 2016

Prof. Dr. Alexander Mirlin  
PD Dr. Igor Gornyi, Nikolaos Kainaris

Blatt 2. Abgabe: 29.04.2016  
Besprechung: 03.05.2016

1. Lagrange-Gleichungen erster Art: Doppel-Pendel (5 Punkte)

Betrachten Sie das in Abb. 1 dargestellte Doppel-Pendel. Die Massen der Massenpunkte sind  $m_1$  und  $m_2$  und die Längen der Seile sind  $l_1$  und  $l_2$ . Beide Massenpunkte bewegen sich in 3 Dimensionen. Die Gravitationskraft wirkt parallel zur  $z$ -Achse. Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen erster Art für dieses Doppel-Pendel in kartesischen Koordinaten auf.

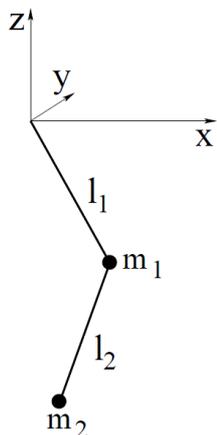


Abbildung 1: Das Doppel-Pendel.

2. Lagrange-Gleichungen erster Art: Pendel mit veränderlicher Fadenlänge (2+8+2+3+5=20 Punkte)

Betrachten Sie das in Abb. 2 dargestellte mathematische Pendel der Masse  $m$  in der  $x$ - $z$  Ebene mit variabler Fadenlänge  $l(t)$ .

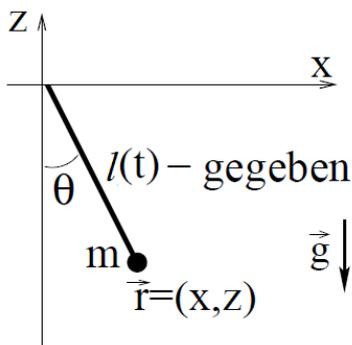


Abbildung 2: Pendel mit veränderlicher Fadenlänge  $l(t)$ .

- (a) Benutzen Sie  $(x, z)$  als Koordinaten des Pendels und stellen Sie die Zwangsbedingung auf.

- (b) Bestimmen Sie die Zwangskraft und die Bewegungsgleichungen (Lagrange-Gleichungen 1. Art).
- (c) Wie lautet die Energieänderung  $dE/dt$ , die durch die zeitabhängige Zwangsbedingung verursacht wird?
- (d) Wie ändert sich die Zwangskraft mit der Position des Pendels, wenn die Fadenlänge  $l$  konstant (zeitunabhängig) ist?
- (e) Welche Konsequenzen ergeben sich aus (c) und (d) für ein Kind, das in einer Schaukel möglichst schnell nach oben kommen möchte?

### 3. Lagrange-Gleichungen erster Art: Gleitender Massenpunkt

(3+8+4=15 Punkte)

Betrachten Sie einen Massenpunkt (Masse  $m$ ), der reibungslos auf einer Kugel vom Radius  $R$  gleitet (Abb. 3). Benutzen Sie ein Koordinatensystem mit Ursprung im Mittelpunkt der Kugel, und nehmen Sie an, dass der Massenpunkt in der  $x$ - $z$  Ebene hinabgleitet. Die Position des Massenpunkts werde durch den Vektor  $\vec{r}(t)$  gegeben,  $\theta(t)$  sei dessen Winkel zur  $\vec{e}_z$ -Richtung. Die Anfangsgeschwindigkeit des Massenpunktes sei null, und der Anfangswinkel  $\theta_0$  sei klein, aber ungleich Null.

- (a) Finden Sie die Zwangsbedingung, die gilt, solange der Massenpunkt auf der Kugel gleitet.
- (b) Schreiben Sie die Lagrange-Gleichungen erster Art in Kugel-Koordinaten um.
- (c) Finden Sie mittels der Lagrange-Gleichungen den Winkel  $\theta_c$ , bei dem der Massenpunkt die Kugel verlässt.

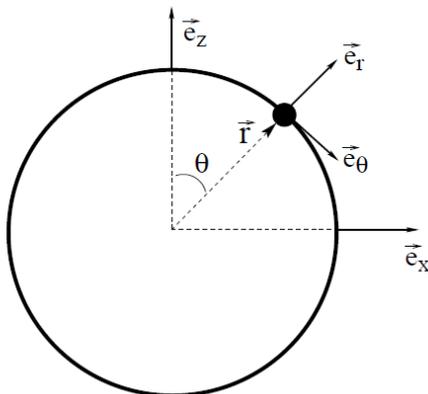


Abbildung 3: Massenpunkt auf einer Kugel.