

**Moderne Theoretische Physik III (Theorie F – Statistische Mechanik) SS 17**Prof. Dr. Alexander Mirlin  
PD Dr. Igor Gornyi, Janina Klier**Blatt 8**  
**Besprechung: 16.06.2017****1. Bose-Gas in der Nähe der Kondensationstemperatur:** (10+10=20 Punkte)

Betrachten Sie ein ideales Bose-Gas bei festgehaltener Dichte  $n$  in drei räumlichen Dimensionen. Das Bose-Gas kondensiert zu einem Bose-Einstein-Kondensat bei kritischer Temperatur  $T_c(n)$ .

- (a) Bestimmen Sie das chemische Potential  $\mu(T)$  bei Temperaturen in der Nähe der Kondensationstemperatur:  $0 < T - T_c(n) \ll T_c(n)$ . *Hinweis:* Zeigen Sie, dass für

$$0 < 1 - z \ll 1 \text{ gilt: } g_{3/2}(z) = \sum_k \frac{z^k}{k^{3/2}} \simeq g_{3/2}(1) - 2\sqrt{\pi(1-z)}.$$

- (b) Die Ableitung

$$c'(T) = \left( \frac{\partial c_V}{\partial T} \right)_{V,N}$$

hat bei  $T_c$  einen Sprung  $\Delta c' = c'(T_c + 0) - c'(T_c - 0)$ . Berechnen Sie  $\Delta c'$ .

**2. Strahlungsdruck:** (10 Punkte)

In einen Hohlraum wird ein Körper eingebracht. Über Absorption und Wärmestrahlung bei der Temperatur  $T$  stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem Körper und den Photonen ein. Jedes Photon, das auf den Körper auftrifft, wird von dem Körper absorbiert ("idealer schwarzer Körper") und überträgt seinen Impuls  $\vec{p}$  auf ihn. Finden Sie den mittleren Impuls pro Flächenelement, der durch die absorbierten Photonen auf den Körper im Zeitintervall  $dt$  übertragen wird. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Strahlungsdruck  $P$  aus der Vorlesung.

**3. Phononen:** (7+7+6=20 Punkte)

- (a) In dem Debye-Modell wird das Spektrum der akustischen Zweige  $\omega_{k\sigma} = ck$  bei einer gewissen endlichen Frequenz  $\omega_D$  abgebrochen. Berechnen Sie die Wärmekapazität der Phononen für das Debye-Modell in drei räumlichen Dimensionen (Polarisation  $\sigma = 1, 2, 3$ ) bei tiefen Temperaturen,  $T \ll \Theta_D$ , wobei  $\Theta_D = \hbar\omega_D/k_B$  Debye-Temperatur ist. *Hinweis:*  $\int_0^\infty dx x^3/(e^x - 1) = \pi^4/15$ .

- (b) Zeigen Sie, dass im Limes hoher Temperaturen  $T \gg \Theta_D$  die klassischen Resultate für die innere Energie (Gleichverteilungssatz) und die Wärmekapazität (Dulong-Petit-Gesetz) gelten.

- (c) Betrachten Sie nun einen Kristall in  $D$  räumlichen Dimensionen. Bestimmen Sie das führende Temperaturverhalten der Wärmekapazität der Phononen im Limes tiefer Temperaturen  $T \rightarrow 0$ . Die explizite Berechnung des  $T$ -unabhängigen Koeffizienten ist nicht gefordert.