

## Übungen zur Theoretischen Physik F SS 11

Prof. Dr. A. Shnirman  
Dr. B. NarozhnyBlatt 7  
Besprechung 3.6.2011

## 1. Ideales Fermi-Gas:

Wir betrachten ein ideales Gas freier fermionischen Punktteilchen der Masse  $m$ , die auch einen Spin  $1/2$  besitzen. Diese befinden sich in einem Volumen  $V = L^3$ , mit periodischen Randbedingungen für die Wellenfunktionen. Gegeben sei das chemische Potential  $\mu$ .

Wenn  $T \neq 0$ , dann kann man die Thermodynamischen Größen durch die Integrale über die Fermi-Funktion ausdrücken. Bestimmen Sie auf diesem Weg

(a) das großkanonische Potential  $\Omega$ ; (2 Punkte)

(b) die Entropie  $S$ ; (1 Punkte)

(c) die innere Energie  $U$ ; (2 Punkte)

(d) die Gesamtteilchenzahl  $N$ . (2 Punkte)

(e) Überprüfen Sie, dass gilt (1 Punkte)

$$\Omega = U - TS - \mu N.$$

(f) Überprüfen Sie, dass gilt (1 Punkte)

$$\Omega = -\frac{2}{3}U.$$

(g) Nun betrachten wir den Druck  $P(T, V, \mu)$ . Leiten Sie das Resultat der Vorlesung,

$$\Omega = -PV,$$

durch explizite Rechnung her. (1 Punkte)

## 2. Das relativistische entartete Fermi-Gas:

Wird das Gas komprimiert, so nimmt die mittlere Energie der Elektronen zu ( $E_F$  wächst); wird sie mit  $mc^2$  vergleichbar, so werden relativistische Effekte wesentlich. Wir betrachten hier ausführlich das vollständig entartete ultrarelativistische Elektrogas, die Energie seiner Teilchen soll groß im Vergleich zu  $mc^2$  sein. Bekanntlich hängt in diesem Fall die Energie eines Teilchens mit seinem Impuls durch die Beziehung

$$\epsilon = ck$$

zusammen. Dieses Modell kann man z.B. verwenden, um die Elektronen in Graphen zu beschreiben.

Bestimmen Sie bei  $T = 0$  die Beziehungen zwischen der Gesamtteilchenzahl  $N$  und

- (a) dem Grenzimpuls  $p_F$ ; (1 Punkte)
- (b) der Grenzenergie  $E_F$ ; (1 Punkte)
- (c) der Gesamtenergie des Gases  $U(T = 0)$ , (1 Punkte)
- (d) dem Gasdruck  $P$ . (1 Punkte)
- (e) Überprüfen Sie, dass gilt (1 Punkte)

$$PV = \frac{1}{3}U.$$

Wenn  $T \neq 0$ , dann kann man die Thermodynamische Größe durch die Integrale über die Fermi-Funktion ausdrücken. Bestimmen Sie auf diesem Weg

- (f) das großkanonische Potential  $\Omega$ ; (2 Punkte)
- (g) die innere Energie  $U$ . (2 Punkte)
- (h) Überprüfen Sie, dass gilt (1 Punkte)

$$\Omega = -\frac{1}{3}U.$$