Klassische Theoretische Physik I WS 2013/2014

Prof. Dr. J. Schmalian
Dr. P. P. Orth

Blatt 13, 100 Punkte
Abgabe 07.02.2014

---

1. Exzentrizität der Erdumlaufbahn (20 Punkte)

Die Exzentrizität der Erdumlaufbahn beträgt $\epsilon = 0.0167$. Bestimmen Sie das Verhältnis der maximalen Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Umlaufbahn zu ihrer minimalen Geschwindigkeit.

2. Umlaufzeit eines Satelliten $(10 + 10 = 20$ Punkte)

Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit eines in der Höhe h über der Erdoberfläche auf einer kreisförmigen Bahn umlaufenden Satelliten. Welche Umlaufzeit erhalten Sie für $h = 2 \cdot 10^5$ m. Der Erdradius beträgt $R_E = 6.37 \cdot 10^6$ m.

3. Gummizug $(10 + 10 = 20$ Punkte)

Ein Körper der Masse $m = 1$ kg liege auf einer horizontalen und reibungsfreien Oberfläche. Wie in Abbildung 1 dargestellt sei an einer Seitenfläche ein dünnes Gummiband am Punkt a befestigt, dessen ungedehnte Länge $l = 50$ cm sei. Für Zeiten $t \leq 0$ werde das andere Ende des Gummibandes am Punkt b rechts davon horizontal im Abstand l von a gehalten. Das Gummiband ist also anfänglich ungedehnt. Das Gummiband wirke falls es gedehnt ist wie eine Feder mit Federkonstante $D = 100$ N/m, allerdings nur um gedehnten Zustand. Im komprimierten Zustand übt es keinerlei Kraft aus.

Für $t > 0$ werde das Ende des Gummibandes bei b mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_0 = 1$ m/s horizontal nach rechts gezogen.

(a) Bestimmen Sie den maximalen Abstand der Punkte a und b solange sich noch a links von b befindet, d.h. bevor der Körper den sich bewegenden Punkt b eingeholt hat.

(b) Wie lange benötigt der Körper um den sich mit konstanter Geschwindigkeit v_0 nach rechts bewegenden Punkt b einzuholen ? Intepretieren Sie das Ergebnis.

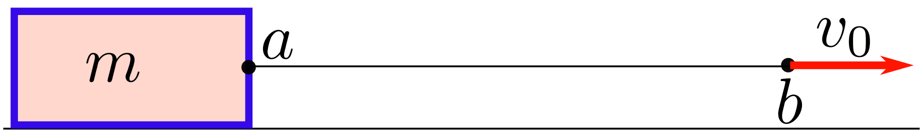

Abbildung 1: Abbildung für Aufgabe 3.

4. Greenfunktion $(20 + 20 = 40$ Punkte)

Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \lambda^2\right)\phi(x) = \rho(x)\,, \tag{1}$$

die für eine vorgegebene Inhomogenität $\rho(x)$ das Verhalten der Funktion $\phi(x)$ bestimmt.

(a) Die Green-Funktion $G(x)$ der Differentialgleichung (1) erfüllt die Gleichung für die Inhomogenität $\rho(x) = \delta(x)$. Bestimmen Sie die Konstanten B und b in folgendem

Ansatz für $G(x)$:

$$G(x) = Be^{-b|x|} = B\big\{\theta(-x)e^{bx} + \theta(x)e^{-bx}\big\}\,. \tag{2}$$

Hier bezeichnet $\theta(x)$ die Heaviside-Theta Funktion

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0\,, \\ \frac{1}{2} & \text{für } x = 0\,, \\ 1 & \text{für } x > 0\,. \end{cases} \tag{3}$$

Wir hatten ja bereits gesehen, dass die Ableitung der Heaviside-Theta Funktion die Diracsche Deltafunktion ergibt $\frac{d}{dx}\theta(x) = \delta(x)$.

(b) Bestimmen Sie nun mit Hilfe von $G(x)$ die Funktion $\phi(x)$ im Bereich $x > a$ für den Fall

$$\rho(x) = \rho_0\theta(x + a)\theta(a - x)\,. \tag{4}$$