

## Übungen zur Theoretischen Physik Fa WS 17/18

Prof. Dr. A. Shnirman  
PD Dr. B. NarozhnyBlatt 5  
Besprechung 16.01.20181. Fermigas bei  $T = 0$ : (30 Punkte)

Gegeben sei ein Gas aus  $N$  nichtwechselwirkenden fermionischen Teilchen mit Masse  $m$  und Spin  $1/2$ . Die Teilchen befinden sich in einem Volumen  $V$  bei Temperatur  $T = 0$ , bei der die Zustände bis zu einem Grenzimpuls  $p_F$  (Grenzenergie  $\epsilon_F$ ) besetzt sind. Betrachten Sie die folgenden drei Situationen:

- Nichtrelativistische fermionische Teilchen in zwei Dimensionen: die Einteilchenenergie ist gegeben durch  $\epsilon(k) = k^2/(2m)$ . Das Volumen ist  $V = L^2$ .
- Ultrarelativistisches Fermigas in drei Dimensionen: die Einteilchenenergie ist gegeben durch  $\epsilon(k) = c|\mathbf{k}|$ , der Massebeitrag zur Energie wird vernachlässigt. Das Volumen ist  $V = L^3$ .
- Ultrarelativistisches Fermigas in zwei Dimensionen: die Energien sind gegeben durch  $\epsilon(k) = c|\mathbf{k}|$ , der Massebeitrag zur Energie wird vernachlässigt. Das Volumen ist  $V = L^2$ .

Bestimmen Sie in allen Fällen die Fermienergie  $\epsilon_F$ , den Fermiimpuls  $p_F$ , die innere Energie  $U$  und den Druck  $P = -(\partial U/\partial V)_N$  als Funktion von  $N$  und  $V$ .

## 2. Chemisches Potential eines Elektronengases: (35 Punkte)

Berechnen Sie für

- ein nichtrelativistisches Elektronengas in zwei Dimensionen,
- ein ultrarelativistisches Fermigas in drei Dimensionen,
- und ein ultrarelativistisches Fermigas in zwei Dimensionen,

das chemische Potential  $\mu$  als Funktion der Temperatur  $T$  und der Teilchen-Dichte  $n$ . Diskutieren Sie die Grenzfälle  $T \ll \epsilon_F$  und  $T \gg \epsilon_F$  ( $\epsilon_F = \mu(T = 0)$ ). Für welche Temperatur wird  $\mu = 0$ ? Skizzieren Sie  $\mu(T)$ .

*Hinweis:* Bei hohen Temperaturen,  $T \gg \epsilon_F$ , nehmen Sie an, dass das chemische Potential negativ ist. Dann bestätigen Sie diese Annahme mithilfe Ihrer Rechnung.

### 3. Wärmekapazität eines Elektronengases:

(35 Punkte)

Betrachten Sie die Wärmekapazität eines Elektronengases. In der Vorlesung haben wir die Wärmekapazität  $c_V$  bei einem festen chemischen Potential berechnet. Die Wärmekapazität bei der festen Teilchenzahl unterscheidet sich bei einer kleinen Korrektur.

Finden Sie diese Korrektur für  $T \ll E_F$ . Berechnen Sie auch die Wärmekapazität  $c_P$  (bei dem bestimmten Druck; *Hinweis*: Finden Sie das Volumen als Funktion von  $P$  und  $T$ ).

Betrachten Sie die folgenden Fälle:

- (a) ein nichtrelativistisches Elektronengas in drei Dimensionen,
- (b) ein nichtrelativistisches Elektronengas in zwei Dimensionen,
- (c) ein ultrarelativistisches Fermigas in drei Dimensionen,
- (d) und ein ultrarelativistisches Fermigas in zwei Dimensionen.