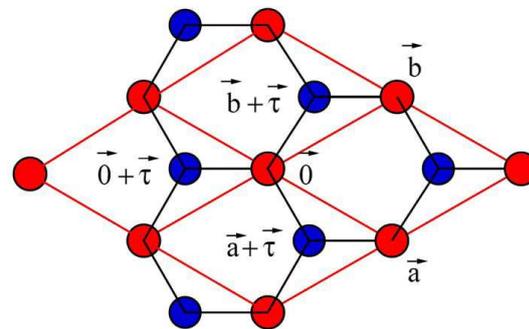
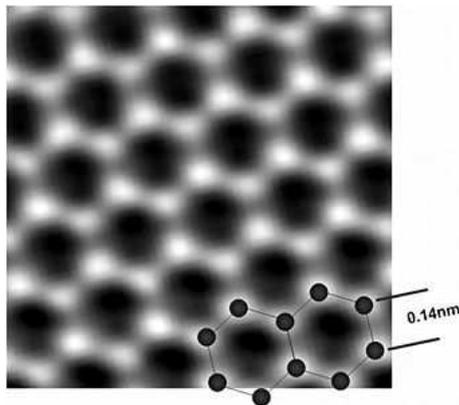


Theorie der Kondensierten Materie I WS 2018/19

Prof. Dr. A. Shnirman
PD Dr. B. Narozhny, M.Sc. T. LüdwigBlatt 2
Besprechung 31.10.2018

1. Bandstruktur von Graphene

(50 Punkte)



Die grundlegenden physikalischen Eigenschaften von Graphene können in der einfachsten Tight-binding Näherung beschrieben werden, in der die Elektronen jeweils nur zwischen nächsten Nachbarn hin- und herspringen.

- Bestimmen Sie den Hamiltonoperator von Graphene in der Tight-binding Näherung. (5 Punkte)
- Bestimmen Sie die Bandstruktur von Graphene. (30 Punkte)
- Zeigen Sie, dass die Bandlücke an den Rändern der 1. Brillouin Zone verschwindet, und das Spektrum dort als linear genähert werden kann. (15 Punkte)

Hinweis:

Die Einheitszelle von Graphen beinhaltet 2 Atome, die aus Symmetriegründen komplett äquivalent sind. Diese Atome bilden auch die nächsten Nachbarn in Graphene-Gitter. Eine mögliche Strategie für (b) ist die Bloch-Funktionen in jedem Subgitter (im roten und im blauen) einzuführen und den Hamiltonoperator in der Basis dieser Bloch-Funktionen auszudrücken. Das Ergebnis lässt sich dann als 2×2 -Matrix schreiben. Sie dürfen auch gerne die zweite Quantisierung benutzen.

Bitte wenden!

2. Van Hove-Singularität: quadratisches Gitter.

(50 Punkte)

Betrachten Sie stark gebundene Elektronen (das “tight-binding” Modell) auf dem quadratischen Gitter in 2 Dimensionen. Berücksichtigen Sie ausschließlich das Hüpfen über benachbarte Gitterplätze.

- (a) Finden Sie das Energiespektrum des Modells. Bestimmen Sie die Zustandsdichte des Modells exakt (d.h. ohne jegliche Näherung). Zeichnen Sie die Zustandsdichte auf. (20 Punkte)
- (b) Benutzen Sie den exakten Ausdruck für die Zustandsdichte und finden Sie die Singularität. Bestimmen Sie das asymptotischen Verhalten der Zustandsdichte in der Nähe der Singularität. (10 Punkte)
- (c) Berechnen Sie nun das asymptotischen Verhalten der Zustandsdichte noch einmal, wobei Sie das Energiespektrum in der Region der Brillouin-Zone, die für die Singularität verantwortlich ist, entwickeln. Welche Eigenschaften hat das Energiespektrum in der obengenannten Region der Brillouin-Zone? (20 Punkte)

Hinweis: Im (a) und (b) könnten Sie das vollständige elliptische Integral erster Art brauchen:

$$K(k) \equiv \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-k^2x^2}}.$$

Erkundigen Sie sich über die Eigenschaften von $K(k)$.