

Theorie der Kondensierten Materie I WS 2018/2019

PROF. DR. A. SHNIRMAN

Blatt 3

PD DR. B. NAROZHNY, M.SC. T. LUDWIG

Besprechung 07.11.2018**1. Bloch-Oszillationen:**

(20 Punkte)

Betrachten Sie die semiklassische Dynamik von Elektronen in einem ein-dimensionalen Gitter in der tight-binding Näherung (Hüpfen nur zwischen nächsten Nachbarn, ein Zustand pro Elementarzelle).

Finden Sie das Energiespektrum ϵ_k . Betrachten Sie jetzt die Wirkung eines homogenen elektrischen Feldes E . Lösen Sie die Bloch'sche Bewegungsgleichungen und zeigen Sie, dass der Aufenthaltsort eines Elektrons oszilliert. Finden Sie die Periode und die Amplitude der Oszillationen.

2. Heisenberg-Bewegungsgleichungen im Graphen:

(40 Punkte)

Der effektive Hamilton-Operator eines Elektrons in der Nähe von einem der zwei Dirac-Punkte (**K**-Punkt) im Graphen lautet

$$H = v(p_x \sigma_x + p_y \sigma_y).$$

Wir betrachten jetzt das Elektron im äußeren elektromagnetischen Feld $(\phi(\vec{r}, t), \vec{A}(\vec{r}, t))$. Verwenden Sie die minimale Kopplung

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p}_{kin} = \vec{p} - (e/c)\vec{A} \quad , \quad H \rightarrow H + e\phi \quad ,$$

und stellen Sie die Heisenberg-Bewegungsgleichungen für die Operatoren $\vec{p}$, $\vec{p}_{kin}$, $\vec{r}$, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ her. Untersuchen Sie die Analogie mit den in der Vorlesung besprochenen quasi-klassischen Bewegungsgleichungen. Überlegen Sie qualitativ (ohne Rechnung) unter welcher Bedingung man könnte die quasi-klassischen Bewegungsgleichungen mit der Dispersionsrelation $\epsilon_k = \hbar v |\vec{k}|$ und ohne $\vec{\sigma}$ -Operatoren benutzen.

3. $\vec{k}\vec{p}$ -Methode:

(40 Punkte)

In der Vorlesung haben wir die folgende Schrödinger-Gleichung hergeleitet

$$\left(E_k - \frac{\hbar^2 (\vec{k} - i\vec{\nabla})^2}{2m} \right) u_{\vec{k}}(\vec{r}) = U(\vec{r}) u_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad .$$

Hier $u_{\vec{k}}(\vec{r})$ ist der periodische Teil der Bloch-Wellenfunktion (es gilt $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$), $U(\vec{r}) = U(\vec{r} + \vec{R})$ ist das periodische Kristall-Potential, m ist die Masse eines Elektrons, und $\vec{k}$ ist der Quasi-Impuls (Wellenvektor) aus der 1. Brillouin-Zone. Nehmen Sie an, dass diese Gleichung für einen bestimmten Quasi-Impuls $\vec{k}_0$ gelöst wurde, d.h., alle

Eigenzustände $u_{n,\vec{k}_0}(\vec{r})$ und alle Eigenenergien $E_{n,\vec{k}_0}$ bekannt sind (damit ist n der Band-Index).

Wir wollen jetzt die Eigenenergien und die Eigenzustände für einen Quasi-Impuls $\vec{k} = \vec{k}_0 + \delta\vec{k}$ untersuchen, wobei $\delta\vec{k}$ klein ist. Verwenden Sie die Störungstheorie und berechnen Sie damit

- a) (20 Punkte) die Gruppengeschwindigkeit im Band n bei dem Quasi-Impuls $\vec{k}_0$;
 - b) (20 Punkte) Den effektiven Massentensor im Band n bei dem Quasi-Impuls $\vec{k}_0$.
- Warum heißt die Methode " $\vec{k}p$ -Methode"?