

**Theorie der Kondensierten Materie I WS 2011/2012**Prof. Dr. J. Schmalian  
Dr. B. Narozhny**Blatt 3**  
**Besprechung 11.11.2011****1. Bloch Theorem:** (5 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie das Bloch Theorem kennengelernt. Die Periodizität des Gitters steckt hier in den sogenannten Bloch-Funktionen

$$\psi_{\mathbf{k}} = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

Zeigen Sie allgemein, dass die Bloch-Funktionen

- (a) ein orthonormiertes
- (b) und vollständiges Basissystem darstellen.

**2. Kronig-Penney Model:** (15 Punkte)

Das Kronig-Penney Modell für Elektronen im eindimensionalen Kristallgitter ist gegeben durch

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x + na).$$

- (a) Leiten Sie für dieses Model explizit die Bloch-Funktionen her. (3 Punkte)
- (b) Verifizieren Sie das Ergebnis, indem sie, analog zu Aufgabe 1, die Orthonormiertheit und Vollständigkeit ihrer Lösungen beweisen. (2 Punkte)
- (c) Zeigen Sie, dass die "erlaubten" Werte des Impulses  $q$  die folgende Ungleichung erfüllen (5 Punkte)

$$\left| \cos(qa) + \frac{g}{q} \sin qa \right| < 1, \quad g = \frac{mU_0}{\hbar^2}$$

- (d) Untersuchen sie diese Ungleichung und zeigen Sie, dass sie das Spektrum des Systems bestimmt. Illustrieren sie graphisch, dass das Spektrum als eine Serie von Bändern dargestellt werden kann. (5 Punkte)

\* Diskutieren sie die Eigenschaften (z.B. Bandlücke, Bandkrümmung, ..) der Bänder. Welche Näherungen müssen Sie machen, um analytische Ausdrücke zu finden?