

## Theorie der Kondensierten Materie I WS 2011/2012

Prof. Dr. J. Schmalian  
Dr. B. NarozhnyBlatt 6  
Besprechung 02.12.2011

## 1. Dielektrizitätskonstante in Graphen: (8 Punkte)

Betrachten Sie eine einzelne Graphen-Schicht zwischen zwei Isolatoren mit Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_1$  bzw.  $\epsilon_2$ . Betrachten Sie die Coulomb-Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen in Graphen. Zeigen Sie mit der Hilfe der Maxwell-Gleichungen und Randbedingungen für das elektrische Feld an Grenzflächen, dass die Coulomb-Wechselwirkung von der Form

$$U(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

ist. Bestimmen Sie  $\epsilon$  als Funktion von  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$ .

## 2. Hartree-Fock Näherung in Graphen: (12 Punkte)

Im Übungsblatt 4 haben Sie schon gelernt, dass der Hamilton-Operator in Graphen in der Nähe des Dirac-Punktes als die  $2 \times 2$  Matrix dargestellt wird

$$\mathcal{H} = v \begin{pmatrix} 0 & p_x + ip_y \\ p_x - ip_y & 0 \end{pmatrix}.$$

Dieses Verhalten ist korrekt für Impulse  $|\mathbf{p}| < \Lambda$ , wobei  $\Lambda$  ein cut-off Impuls ist ( $\Lambda \sim 1/a$ , wobei  $a$  die Gitterkonstante ist). Das Energie-Spektrum ist dann linear  $E_{\mathbf{p}} = \pm v|\mathbf{p}|$ .

- Finden Sie jetzt die Eigenfunktionen des Dirac Hamilton-Operators.
- Zeigen Sie, dass man den Hamilton-Operator mit der Hilfe einer Drehungstransformation diagonalisieren kann. Finden Sie die Drehmatrix.
- Finden Sie die Matrixelemente der Coulomb- Wechselwirkung in der Eigen-Basis des Hamilton-Operators.
- Betrachten Sie die Coulomb- Wechselwirkung in der Hartree-Fock Näherung und berechnen Sie die Korrektur zur Energie des Grundzustandes des Systems. Zeigen Sie, dass die Energie der Elektronen mit der Hartree-Fock Korrektur von der Form

$$E_{\mathbf{p}}^{HF} = \pm v(p)|\mathbf{p}|, \quad v(p) = v \left( 1 + \frac{e^2}{4\hbar v \epsilon} \ln \frac{\Lambda}{|\mathbf{p}|} \right)$$

ist. Diese logarithmische Renormierung der Coulomb-Wechselwirkung wurde vor kurzem experimentell beobachtet, Ref.[1,2].

[1] D.C. Elias *et.al*, Nature Physics **7**, 701 (2011).

[2] D.A. Siegel *et.al*, PNAS **108**, 11365 (2011).