

Theorie der Kondensierten Materie I WS 2011/2012

Prof. Dr. J. Schmalian
Dr. B. NarozhnyBlatt 6
Besprechung 02.12.2011

1. Dielektrizitätskonstante in Graphen: (8 Punkte)

Betrachten Sie eine einzelne Graphen-Schicht zwischen zwei Isolatoren mit Dielektrizitätskonstanten ϵ_1 bzw. ϵ_2 . Betrachten Sie die Coulomb-Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen in Graphen. Zeigen Sie mit der Hilfe der Maxwell-Gleichungen und Randbedingungen für das elektrische Feld an Grenzflächen, dass die Coulomb-Wechselwirkung von der Form

$$U(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

ist. Bestimmen Sie ϵ als Funktion von ϵ_1 und ϵ_2 .

2. Hartree-Fock Näherung in Graphen: (12 Punkte)

Im Übungsblatt 4 haben Sie schon gelernt, dass der Hamilton-Operator in Graphen in der Nähe des Dirac-Punktes als die 2×2 Matrix dargestellt wird

$$\mathcal{H} = v \begin{pmatrix} 0 & p_x + ip_y \\ p_x - ip_y & 0 \end{pmatrix}.$$

Dieses Verhalten ist korrekt für Impulse $|\mathbf{p}| < \Lambda$, wobei Λ ein cut-off Impuls ist ($\Lambda \sim 1/a$, wobei a die Gitterkonstante ist). Das Energie-Spektrum ist dann linear $E_{\mathbf{p}} = \pm v|\mathbf{p}|$.

- Finden Sie jetzt die Eigenfunktionen des Dirac Hamilton-Operators.
- Zeigen Sie, dass man den Hamilton-Operator mit der Hilfe einer Drehungstransformation diagonalisieren kann. Finden Sie die Drehmatrix.
- Finden Sie die Matrixelemente der Coulomb- Wechselwirkung in der Eigen-Basis des Hamilton-Operators.
- Betrachten Sie die Coulomb- Wechselwirkung in der Hartree-Fock Näherung und berechnen Sie die Korrektur zur Energie des Grundzustandes des Systems. Zeigen Sie, dass die Energie der Elektronen mit der Hartree-Fock Korrektur von der Form

$$E_{\mathbf{p}}^{HF} = \pm v(p)|\mathbf{p}|, \quad v(p) = v \left(1 + \frac{e^2}{4\hbar v \epsilon} \ln \frac{\Lambda}{|\mathbf{p}|} \right)$$

ist. Diese logarithmische Renormierung der Coulomb-Wechselwirkung wurde vor kurzem experimentell beobachtet, Ref.[1,2].

[1] D.C. Elias *et.al*, Nature Physics **7**, 701 (2011).

[2] D.A. Siegel *et.al*, PNAS **108**, 11365 (2011).