

Moderne Theoretische Physik für Informatiker SS 2014Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. Narozhny**Blatt 5**
Besprechung 20.05.2014**1. Ein Teilchen im elektromagnetischen Feld:**

Die Lagrange-Funktion eines Teilchens im elektromagnetischen Feld lautet

$$L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + e\vec{v} \cdot \vec{A} - e\varphi.$$

Hier bezeichnen \vec{A} und φ das Vektorpotential und das elektrische Potential. Die Felder sind gegeben durch

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}.$$

- (a) Benutzen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen und leiten Sie die Bewegungsgleichungen her.
- (b) Schreiben Sie jetzt die Hamilton-Funktion auf. Leiten Sie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen daraus ab.
- (c) Erklären Sie den Unterschied zwischen dem kanonischen (generalisierten) Impuls und dem kinematischen Impuls.
- (d) Machen Sie sich klar, daß die bereits hergeleiteten Bewegungsgleichungen äquivalent zu den Newton'schen Bewegungsgleichungen sind. Zeigen Sie, wie man die Lorentzkraft herleiten kann.

2. Elektromagnetische Wellen:

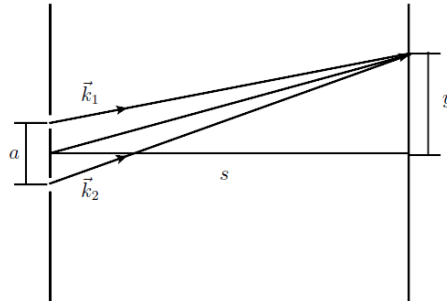
- (a) Das Vektorpotential einer elektromagnetischen Welle ist gegeben durch (in Coulomb-Eichung)

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = A\vec{e}_x \cos(\omega t - kz) + A\vec{e}_y \sin(\omega t - kz); \quad A \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie

- i) das elektrische Feld der Welle,
- ii) das Magnetfeld der Welle,

- (b) Berechnen Sie die Intensität zweier interferierender ebenen Wellen $E_1 = E_0 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t}$, $E_2 = E_0 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t}$ in einem Doppelspaltexperiment (siehe Bild). Nehmen Sie an, der Spalt sei in z -Richtung unendlich lang und betrachten Sie dann den Strahlengang in der xy -Ebene.



- i) Leiten Sie eine Bedingung für Maxima und Minima der Intensität her. Die Intensität ist gegeben als Quadrat der Amplitudensumme

$$I = \langle (E_1 + E_2)^2 \rangle \quad \text{wo} \quad \langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t') dt'$$

- ii) Stellen Sie sich vor, Sie sollen eine Positionsbestimmung eines Teilchens vornehmen, indem Sie die Spaltbreite immer kleiner wählen, um die räumliche Koordinate beim Durchgang immer genauer festzulegen. Was geschieht mit dem Interferenzmuster?

Hinweis: Man nimmt an, dass die Distanz s zwischen Blende und Schirm viel grösser ist als alle anderen Längen, z. B. a oder y . Der Winkel zwischen \vec{k}_1 und \vec{k}_2 ist also sehr klein.