

Moderne Theoretische Physik für Informatiker SS 2014Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. Narozhny**Blatt 8**
Besprechung 10.06.2014**1. Lineare Operatoren:**Betrachten Sie die folgenden Operatoren ($-\infty < x < \infty$):

- Spiegelung:

$$\hat{I}\Psi(x) = \Psi(-x);$$

- Parallelverschiebung:

$$\hat{T}_a\Psi(x) = \Psi(x + a);$$

- Reskalierung:

$$\hat{M}_c\Psi(x) = \sqrt{c}\Psi(cx);$$

- Konjugation:

$$\hat{K}\Psi(x) = \Psi^*(x);$$

- Transposition:

$$\hat{P}_{12}\Psi(x_1, x_2) = \Psi(x_2, x_1).$$

Sind diese Operatoren linear? Für alle obengenannten Operatoren finden Sie:

- a. adjungierten Operatoren,
- b. inversen Operatoren.

2. Impulsoperator:

- (a) Zeigen Sie, dass der Impulsoperator $\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$ ein selbstadjungierter Operator im L_2 -Raum (der Raum der aus allen 2-fach integrierbaren Funktionen besteht) ist.
- (b) Finden Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren des Impulsoperators.

3. Zweizustandssystem:

Ein Zwei-Zustands-System (oder auch Zwei-Niveau-System) in der Quantenmechanik ist ein einfaches, aber wichtiges Modellsystem. Das System kann sich nur in einem von zwei möglichen Zuständen $|0\rangle$ oder $|1\rangle$ benannt, oder in einer Superposition dieser zwei Zustände befinden. Alle solche Systeme kann man mit der Hilfe von der Pauli-Operatoren (oder Pauli-Matrizen) beschreiben. Diese definiert man als

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Finden Sie die Eigenwerte und die Eigenvektors der Pauli-Matrizen.
- (b) Finden Sie den Erwartungswert des Operators $\hat{\sigma}_x$ in einem von der Eigenzuständen des Operators $\hat{\sigma}_z$.
- (c) Drücken Sie die Eigenvektoren des Operators $\hat{\sigma}_z$ in der Basis der Eigenvektoren des Operators $\hat{\sigma}_x$ aus.