Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Moderne Theoretische Physik für Informatiker SS 2014

Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. Narozhny

Blatt 7: Lösungen
Besprechung 03.06.2014

---

1. De-Broglie-Wellenlänge:

(a) "De-Broglie-Wellenlänge eines Teilchens mit der kinetischen Energie von 100 eV"

Für non-relativistischen Teilchen:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mT}}$$

1. Ein Elektron

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e T}} = 122.6\text{pm}$$

2. Ein Proton

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_p T}} = 2.86\text{pm}$$

3. Ein Uranatom

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_U T}} = \frac{\lambda_p}{\sqrt{238}} = 0.185\text{pm}$$

(b) "Wieviel Energie sollte einem Elektron hinzugefügt werden, um seine De-Broglie-Wellenlänge von 100 pm auf 50 pm zu verringern"

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mT}} \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

deswegen

$$T_1 - T_2 = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2}\right) = 451\text{eV}$$

(c) “De-Broglie-Wellenlängen der Teilchen im Bezugssystem des Massenmittelpunkts”

Im Bezugssystem des Massenmittelpunkts sind die Impulse der Teilchen

$$\vec{p}_i^{\,CM} = \pm\frac{1}{2}\left(\vec{p}_1 - \vec{p}_2\right)$$

Deswegen

$$\lambda^{CM} = \frac{2h}{|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|} = \frac{2h}{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}} = \frac{2}{\sqrt{\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2}}} = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$$

2. Photoelektrischer Effekt:

(a) maximale Geschwindigkeit der Photoelektronen

$$v_{max} = c\sqrt{\frac{2}{m_e c^2}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} = 510 \text{ km/h.}$$

(b) maximale Wellenlänge

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{A} = 2.43 \times 10^{-7}\text{m}$$

minimale Frequenz

$$f = \frac{A}{h} = 1.23 \times 10^{15}\text{Hz}$$

(c) Eine Kupferkugel

$$V = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) = 1.04\text{V}$$

3. Hilbert-Raum:

(a) “linear unabhängige Vektoren”

Die Vektoren sind linear unabhängig wenn die Determinante die man von diese Vektoren bildet, von Null verschieden ist

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

(b) “eine orthonormale Basis”

$$v_i^2 = 1, \qquad v_i v_j = \delta_{ij}$$

(c) “die Wahrscheinlichkeit”

Normalisierung:

$$|0\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ i \end{pmatrix}, \qquad |1\rangle \to \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Die Wahrscheinlichkeit:

$$\langle 0|1\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -i & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

deswegen

$$|\langle 0|1\rangle|^2 = 0$$