Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Klassische Theoretische Physik II (Theorie B) Sommersemester 2016

Prof. Dr. Alexander Mirlin
PD Dr. Igor Gornyi, Nikolaos Kainaris

Blatt 7. Abgabe: 03.06.2016
Besprechung: 07.06.2016

---

1. Erweitertes Noether-Theorem (5 Punkte)

Betrachten Sie eine einparametrige Schar von infinitesimalen Transformationen der Koordinaten ($i = 1 \ldots N$) und der Zeit:

$$x_i \to x_i^* = x_i + \epsilon\psi_i(x, \dot{x}, t), \qquad t \to t^* = t + \epsilon\phi(x, \dot{x}, t).$$

Nehmen Sie an dass die Wirkung als

$$S[x(t)] = \int_{t_1^*}^{t_2^*} dt^* \left[L(x^*, \dot{x}^*, t^*) + \epsilon \frac{df(x^*, t^*)}{dt^*} \right]$$

mit einer beliebigen Funktion $f(x, t)$ transformiert wird. Leiten Sie die (aus der Vorlesung bekannte) Formel für die Erhaltungsgröße Q her.

2. Erhaltungsgrößen (5+5+5=15 Punkte)

Bestimmen Sie die Erhaltungsgröße

(a) für ein Teilchen im homogenen Skalarfeld $U(\vec{r}) = -\vec{F} \cdot \vec{r}$;

(b) für ein Teilchen im Feld einer bewegten Welle $U(\vec{r}, t) = U(\vec{r} - \vec{v}t)$, wobei $\vec{v}$ ein konstanter Vektor ist;

(c) wenn die Wirkung unter der Transformation

$$x = x^* \cosh\lambda + c\, t^* \sinh\lambda, \qquad t = \frac{x^*}{c} \sinh\lambda + t^* \cosh\lambda$$

mit $c = \text{const}$ invariant ist.

3. Ähnlichkeitstransformation (10+5+5=20 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Wirkung für ein Teilchen im Potential $U(\vec{r}) = a/r^2$ unter der infinitesimalen Transformation $\vec{r}^* = (1 + \epsilon)\vec{r}$, $t^* = (1 + 2\epsilon)t$ invariant ist. Geben Sie die zugehörige Erhaltungsgröße Q an. Vereinfachen Sie diese mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes und bestimmen Sie daraus die Bahnkurve des Teilchens.

(b) Das Potential in Teilaufgabe 3(a) erfüllt die Gleichung $U(\vec{r}) = \alpha^n\, U(\alpha\vec{r})$ mit $n = 2$. Zeigen Sie, dass die Wirkung unter der Ähnlichkeitstransformation $\vec{r}^* = \alpha\vec{r}$ nur für $n = 2$ invariant sein kann.

(c) Bestimmen Sie die Erhaltungsgröße für ein Teilchen im Magnetfeld, das durch ein Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}) = \alpha\vec{A}(\alpha\vec{r})$ gegeben ist.