KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE — INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE

Übungen zur Physik der Quanteninformation SS 2019

Prof. Dr. A. Shnirman

Blatt 2
Besprechung 19.06.2019

---

1. Dephasierung und Dissipation: **(50 Punkte)**

Die Dynamik eines Qubits sei durch die Mastergleichung

$$\frac{d}{dt}\rho_S = -i[H,\rho_S] + \sum_{k=-1}^{1}\gamma_k\left(L_k\rho_S L_k^\dagger - \frac{1}{2}L_k^\dagger L_k\rho_S - \frac{1}{2}\rho_S L_k^\dagger L_k\right)$$

beschrieben, wobei $\gamma_k \geq 0$ und der Hamilton-Operator sowie die Lindblad Operatoren durch

$$\begin{aligned} H &= \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_1 \end{pmatrix}, \\ L_{-1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad L_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad L_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

gegeben sind.

Finden Sie aus der Bedingung $\frac{d}{dt}\rho(t) = 0$ den stationären Zustand.

Lösen Sie die Mastergleichung komponentenweise für den Anfangszustand

$$\rho(0) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}[1+\rho_z(0)] & \rho_{01}(0) \\ \rho_{01}^*(0) & \frac{1}{2}[1-\rho_z(0)] \end{pmatrix}.$$

Was finden Sie für die in der Vorlesung definierten T_1 und T_2.

2. Spin–Boson Modell: **(50 Punkte)**

Im Spin–Boson Modell wird ein Zwei–Niveau System (Spin) betrachtet, das an ein Bad von Oszillatoren (Bosonen) gekoppelt ist. Der Hamilton Operator ist

$$H = H_S + H_I + H_E \tag{1}$$

$$H_S = -\frac{1}{2}B_z\sigma_z - \frac{1}{2}B_x\sigma_x \tag{2}$$

$$= -\frac{\Delta E}{2}(\cos\eta\sigma_z + \sin\eta\sigma_x) \tag{3}$$

$$H_E = \sum_a\left(\frac{p_a^2}{2m_a} + \frac{m_a\omega_a x_a^2}{2}\right) \tag{4}$$

$$H_I = \sigma_z\sum_a \lambda_a x_a. \tag{5}$$

Man definiert die Spektraldichte des Bades mit

$$J(\omega) = \frac{\pi}{2}\sum_a \frac{\lambda_a^2}{m_a\omega_a}\delta(\omega-\omega_a). \tag{6}$$

Nun nimmt man eine kontinuierliche Verteilung von Frequenzen an (Bad mit unendlich vielen Freiheitsgraden). Besonders wichtig ist der Fall von *Ohmscher* Dissipation

$$J(\omega) = \frac{\pi}{2}\alpha\hbar\omega, \tag{7}$$

bei der die Spektraldichte linear mit der Frequenz wächst. Wir nehmen schwache Kopplung $\alpha \ll 1$ und $\Delta E \gg \alpha k_B T$ an.

(a): Nehmen Sie an, dass die Oszillatoren sich im Gleichgewicht befinden, und berechnen sie den Korrelator des Operators $X = \sum_a \lambda_a x_a$, indem sie die bosonischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren einführen. Vernachlässigen sie zunächst den Lambshift, und berechnen sie T_1 und T_2.

(b): Berechnen Sie nun den Lambshift. Wie könnte man physikalisch motiviert (z.B. in einem Festkörperproblem) eine Divergenz vermeiden?