

Übungen zur Physik der Quanteninformation SS 2019

Prof. Dr. A. Shnirman

Blatt 3
Besprechung 11.07.2019

1. QND Messprozess: (100 Punkte)

Wir betrachten ein QuBit mit dem Hamilton-Operator $H_S = -\frac{1}{2}\epsilon\sigma_z$. Hier entsprechen die Zustände $|0\rangle = |\uparrow\rangle$ und $|1\rangle = |\downarrow\rangle$ den zwei möglichen Positionen eines geladenen Teilchens. Stellen Sie sich, z.B., vor, dass ein Elektron in einem Zwei-Minimum-Potential gefangen ist. Das Tunneln zwischen den Minima sollte durch den Term $-\frac{1}{2}\Delta\sigma_x$ beschrieben werden. Wir wählen hier $\Delta = 0$ um den QND Messprozess zu haben. Die zwei Zustände des QuBits ergeben unterschiedliche Tunnelamplituden im Tunnel-Kontakt: $t_{\uparrow/\downarrow} = t_0 \pm t_1$, wobei $|t_1| < |t_0|$. Der Tunnel-Hamilton-Operator lautet jetzt

$$H_T = \sum_{k_1, k_2} (t_0 + t_1\sigma_z) \left[R_{k_1}^\dagger L_{k_2} e^{i\phi} + L_{k_2}^\dagger R_{k_1} e^{-i\phi} \right], \quad (1)$$

wobei $e^{i\phi} \equiv \sum_m |m+1\rangle \langle m|$ ein Operator ist, der den Zustand des Buchhalters (Counter) erhöht.

(a):(50 Punkte) Analog zur Vorlesung, leiten Sie die Mastergleichung für das System bestehend aus dem QuBit und dem Counter $\rho(m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2)$ her ($\sigma_1 = \uparrow / \downarrow$ und $\sigma_2 = \uparrow / \downarrow$). Zeigen Sie, dass auch in diesem Fall keine nebendiagonale Elemente bezüglich m generiert werden wenn sie am Anfang nicht da waren. Bestimmen Sie $\rho(\lambda, \sigma_1, \sigma_2) \equiv \sum_m e^{i\lambda m} \rho(m, m, \sigma_1, \sigma_2)$ als Funktion der Zeit.

(b):(15 Punkte) Untersuchen Sie die reduzierte Dichtematrix des QuBits. (Hinweis: Mitteln Sie über die Zustände des Counters). Bestimmen Sie die Dephasierungszeit.

(c):(35 Punkte) Untersuchen Sie die Verteilungsfunktion $p(m) = \text{Tr}_{\text{QuBit}} \rho(m, m, \sigma_1, \sigma_2)$. Zeigen Sie, dass sich für hinreichen lange Zeit t es zwei Peaks entwickeln. Was sind die Gewichte und die Breiten der Peaks. Definieren Sie die Messzeit als die Zeit wenn die beide Peaks voneinander getrennt sind. Ist die Messzeit gleich der Dephasierungszeit? Interpretieren Sie das Ergebnis.

(d) (Bonus 30 Punkte)*:** Schalten Sie jetzt eine kleine Tunnelamplitude Δ ein. Was passiert?