

Moderne Theoretische Physik IIIb 2019

Prof. Dr. Alexander Mirlin
PD Dr. Igor Gornyi, Dr. Stefan RexBlatt 0
Besprechung: 26.04.2019

Ad-hoc-Aufgaben zur Wiederholung (insgesamt 60 Bonuspunkte)

1. Besetzungszahldarstellung (10 + 10 = 20 Punkte)

In einem Quantensystem seien die Einteilchen-Zustände mit Energien ϵ_λ bekannt. Schreiben Sie die großkanonische Zustandssumme

$$Z_G = \sum_{\text{Zust.}} e^{-\beta(E-\mu N)}$$

in Besetzungszahldarstellung für

- (a) Bosonen
- (b) Fermionen

Welche Zustände sind dabei jeweils möglich? Bringen Sie Z_G nun in die Form $\prod_\lambda Z_\lambda$ und geben Sie Z_λ an! Leiten Sie daraus die Bose- bzw. die Fermi-Funktion her, indem Sie die mittlere Besetzungszahl $\langle n_\lambda \rangle$ berechnen!

2. Quantengase (20 Punkte)

In einem (makroskopischen) Zylinder der Länge L mit einer dissipationsfrei entlang der Achse beweglichen Trennwand befindet sich in der linken Kammer ein ideales Bosegas und in der rechten ein ideales Fermigas. Die Teilchenzahl beider Gase sei gleich ($N_B = N_F$) und wir vernachlässigen der Einfachheit halber in dieser Aufgabe den Spin der Teilchen. Diskutieren Sie qualitativ die Position x der Trennwand als Funktion der Temperatur T im Zylinder!

3. Spin- $\frac{1}{2}$ -Systeme (5 + 10 + 5 = 20 Punkte)

- (a) Notieren Sie den Spin-Operator \mathbf{S} . Wie groß ist die Energie eines Spins in einem Magnetfeld \mathbf{B} ?
- (b) Notieren Sie die kanonische Zustandssumme eines Systems aus N nicht-wechselwirkenden Spins im Feld $\mathbf{B} = B\hat{e}_z$. Bestimmen Sie die freie Energie, die Entropie und die magnetische Suszeptibilität.
- (c) Notieren Sie den Hamilton-Operator eines Elektrons im Magnetfeld. Welche Beiträge zur Energie führen zu paramagnetischem oder diamagnetischem Verhalten?