Übungen zur Theoretischen Physik F SS 11

Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. NarozhnyBlatt 11
Besprechung 08.07.2011

1. Ising-Modell:

(10 Punkte)

Im Ising-Modell können die Spins, die das magnetische Moment der Atome oder Ionen bestimmen, nur zwei diskrete Zustände annehmen können. Vereinfachend kommt dazu, dass nur eine Komponente (s^z) der Spins im Hamiltonoperator auftaucht

$$\hat{\mathcal{H}} = -J \sum_{i=1}^N \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z - \mu H \sum_{i=1}^N \sigma_i^z, \quad \sigma_{N+1}^z = \sigma_1^z,$$

wobei H das externe Magnetfeld ist und $\sigma_i^z = 2s_i^z = \pm 1$.

Bestimmen Sie die Korrelationsfunktion

$$g(n) = \langle \sigma_i^z \sigma_{i+n}^z \rangle - \langle \sigma_i^z \rangle^2.$$

Hinweis: In der Vorlesung haben sie das Verfahren der Transfermatrizen kennengelernt. Finden Sie die Transfermatrix im Magnetfeld. Drücken Sie die Korrelationsfunktion durch die Transfermatrizen aus.

2. Zweite Quantisierung:

(10 Punkte)

Betrachten Sie ein Gas fermionischer Punktteilchen der Masse m , die auch einen Spin $1/2$ besitzen. Diese befinden sich in einem Volumen $V = L^3$, mit periodischen Randbedingungen für die Wellenfunktionen. Gegeben sei das chemische Potential μ und die Temperatur T .

Nehmen Sie an, dass die Teilchen nur paarweise wechselwirken:

$$\hat{U} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma_1 \sigma_2} \int d^3 r_1 \int d^3 r_2 \hat{\Psi}_{\sigma_1}^\dagger(\mathbf{r}_1) \hat{\Psi}_{\sigma_2}^\dagger(\mathbf{r}_2) U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \hat{\Psi}_{\sigma_2}(\mathbf{r}_2) \hat{\Psi}_{\sigma_1}(\mathbf{r}_1),$$

wobei

$$U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = U_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2).$$

Hier die Feldoperatoren sind:

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \hat{a}_{\mathbf{k}}; \quad \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger.$$

Im Rahmen der thermodynamischen Störungstheorie bestimmen Sie die Korrektur zum großkanonischen Potential in erster Ordnung.