

Übungen zur Theoretischen Physik F SS 11

Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. NarozhnyBlatt 5
Besprechung 20.05.2011

1. Ising-Modell: (20 Punkte)

Im Ising-Modell können die Spins, die das magnetische Moment der Atome oder Ionen bestimmen, nur zwei diskrete Zustände annehmen können. Vereinfachend kommt dazu, dass nur eine Komponente (s^z) der Spins im Hamiltonoperator auftaucht

$$\hat{\mathcal{H}} = -J \sum_{i=1}^{N-1} \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z - \mu H \sum_{i=1}^N \sigma_i^z,$$

wobei H das externe Magnetfeld ist und $\sigma_i^z = 2s_i^z = \pm 1$.

Für drei Spins ($N = 3$) und $H = 0$ bestimmen Sie

(a) die kanonische Zustandssumme $Z(3)$; (5 Punkte)

(b) die freie Energie $F(T)$; (1 Punkt)

(c) die Entropie S und die Wärmekapazität (2 Punkte)

$$c_H = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_H ;$$

(d) den Mittelwert $\langle \sigma_i^z \rangle$. (2 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie die Relation

$$e^{\alpha\sigma} = \cosh \alpha + \sigma \sinh \alpha, \quad \sigma = \pm 1.$$

(e) Schreiben Sie jetzt den allgemeinen Ausdruck für die Magnetisierung des Systems von N Spins. Für $N = 3$ bestimmen Sie die Magnetisierung im Limes (8 Punkte)

$$\mu H \ll k_B T.$$

(f) Finden Sie jetzt die Suszeptibilität (2 Punkte)

$$\chi = \left. \frac{\partial M}{\partial H} \right|_{H \rightarrow 0}.$$

2. Harmonische Oszillator:

(20 Punkte)

Betrachten Sie den harmonischen Oszillator

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

- (a) Berechnen Sie klassisch das kanonische Zustandsintegral, die freie Energie, Entropie, innere Energie und spezifische Wärme C_V als Funktionen der Temperatur.
- (b) Wiederholen Sie die unter (a) durchgeführten Berechnungen für den quantenmechanischen Fall, indem Sie von der kanonischen Zustandssumme ausgehen. Diskutieren Sie die innere Energie und die spezifische Wärme für hohe und tiefe Temperaturen.