Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Moderne Theoretische Physik WS 2013/2014

Prof. Dr. A. Shnirman

Dr. B. Narozhny

Blatt 3

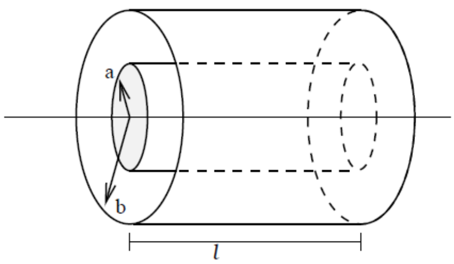
Besprechung 15.11.2013

---

1. Kapazität: (2+2+2+3+3+3+3+3=21 Punkte)

Ein einfacher Kondensator besteht aus zwei benachbarten, voneinander isolierten Leitern. Wenn Ladungen gleicher Stärke aber entgegengesetzten Vorzeichens aufgebracht werden (Q und Q), herrscht eine bestimmte Potentialdifferenz zwischen ihnen. Das Verhältnis des Betrags der Ladung auf einem der Leiter Q und des Betrags der Potentialdifferenz $U = |\Phi_1 \Phi_2|$ wird Kapazität C genannt: $C = Q/U$.

(a) Die Kapazität pro Längeneinheit eines langen Zylinderkondensators soll berechnet werden. Die innere metallische Elektrode mit Radius a trägt die Ladung Q pro Längenelement l. Ein Metallblech mit Radius b umgibt den inneren Zylinder konzentrisch und trägt die Ladung Q pro Längenelement.



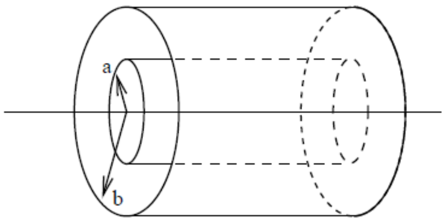
1. Bestimmen Sie die Flächenladungsdichte σ auf der Kernelektrode.
2. Berechnen Sie $\vec{E}(r)$ in den Bereichen $r < a$, $a < r < b$ und $b < r$.
3. Leiten Sie aus dem elektrischen Feld $\vec{E}$ das Potential Φ her. Setzen Sie dabei $\Phi(\infty) = 0$. Skizzieren Sie $E(r)$ und $\Phi(r)$.
4. Bestimmen Sie die Energie W pro Längenelement in dem Kondensator durch das Volumenintegral einmal über $\vec{E}^2(\vec{r})$ und einmal über $\rho(\vec{r})\Phi(\vec{r})$.
5. Geben Sie die Kapazität des Kondensators pro Längeneinheit an.
6. Wie groß ist der innere Durchmesser des äußeren Leiters eines luftgefüllten Koaxialkabels, dessen zentral gelegener Leiter ein zylindrisches Kabel mit dem Durchmesser $d = 1$mm ist, und dessen Kapazität pro Längeneinheit 3×10^{11}F/m ist?

(b) Berechnen Sie die Kapazität C folgender Kondensatoren:

1. zwei groe ebene, leitende Flächen der Größe A im Abstand d zueinander (Inhomogenitäten des Randfeldes können vernachlässigt werden)
2. zwei konzentrische leitende Kugeln mit den Radien a, b, mit $b > a$

2. Ampère-Gesetz (3+3+3=9 Punkte)

Zwei lange, schlanke Spulen mit Radien $a < b$ sind wie in Skizze auf der x-Achse angeordnet. Sie werden jeweils in entgegengesetzte Richtungen vom Strom I durchflossen. Die innere Spule hat Windungszahl n_1 pro Einheitslänge, die äussere Spule Windungszahl n_2 pro Einheitslänge.



Berechnen Sie das Magnetfeld für die Bereiche:

(a) Innerhalb der inneren Spule

(b) Zwischen den beiden Spulen

(c) Ausserhalb beider Spulen

Hinweis

Für die Lösung der Aufgabe benutzen wir das Ampère'sche Gesetz

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}, \tag{1}$$

jedoch in der Integralform

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int d\vec{A} \cdot \vec{j}. \tag{2}$$

Für eine langen schlanken Spule ist das Magnetfeld im Inneren der Spule homogen und parallel zur x-Achse ausgerichtet, sofern man weit genug von deren Ende entfernt ist. Das Feld außerhalb der Spule muss null sein, damit das Magnetfeld im Unendlichen verschwindet.