Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Theorie
der Kondensierten Materie

Moderne Theoretische Physik   WS 2013/2014

Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. B. Narozhny

Blatt 5
Besprechung 29.11.2013

---

1. Induktivität: $(2 + 3 + 3 + 2 = 10$ Punkte$)$

(a) Berechnen Sie die Selbstinduktivität einer schlanken zylindrischen Spule mit Radius a, Länge $l \gg a$ und Windungszahl n.

(b) Eine Spule mit Radius a und Windungszahl n_1 liege innerhalb einer längeren Spule mit Radius $b > a$ und Windungszahl n_2. Durch die innere Spule fließe ein Strom I_1. Berechnen Sie den Gesamtfluss durch die äußere Spule aufgrund des Magnetfelds der kurzen Spule.

(c) Berechnen Sie die Gegeninduktivität (Induktivitätskoeffizient M_{12}) zweier paralleler quadratischer Leiterschleifen mit Kantenlänge a. Eine der Leiterschleifen liege in der xy-Ebene bei $z = 0$, die andere bei $z = h$ (Mittelpunkte bei $x = y = 0$).

Hinweis

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint\limits_{S_1} \oint\limits_{S_2} \frac{d\vec{l_1} \cdot d\vec{l_2}}{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|}.$$

(d) Berechnen Sie daraus weiterhin die Kraft, die notwendig ist, um die beiden Leiterschleifen mit den Strömen I_1 und I_2 entlang der z-Achse voneinander zu entfernen.

Hinweis
Benutzen Sie die im Magnetfeld gespeicherte Energie.

2. Polarisation: $(2 + 2 + 3 + 3 = 10$ Punkte$)$

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass die elektromagnetischen Wellen transversal zur Ausbreitungsrichtung sind. Im freien Raum stehen die Vektoren des elektrischen und des magnetischen Feldes senkrecht aufeinander und auf der Ausbreitungsrichtung. Das heisst, dass in einer monochromatischen Welle

$$\vec{A} = \vec{A}_0 e^{i(k_x x - \omega t)},$$

das Vektorpotential $\vec{A}$ eine beliebige Richtung in der yz-Ebene haben kann.

Betrachten wir zwei solche Wellen mit den Amplituden

$$\vec{A}_{01} = (0, A_1, 0), \qquad \vec{A}_{02} = \left(0, 0, A_2 e^{i\delta}\right),$$

wobei A_1, A_2 reell sind und δ die Phasendifferenz ist.

Finden Sie das gesamte, physikalische (d.h. reelle) elektrische Feld $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ wenn

(a) die Phasendifferenz ist gegeben durch $\delta = 0$ oder $\delta = \pi$ (lineare Polarisation);

(b) die Phasendifferenz ist $\delta = \pi/2$ und $A_1 = A_2$ (zirkulare Polarisation).

(c) Zeigen Sie, dass die Superposition der zwei zirkular polarisierten Wellen

$$\vec{E}_1 = E_0 \left[\cos\left(kx - \omega t + \phi_0\right)\vec{e}_x + \sin\left(kx - \omega t + \phi_0\right)\vec{e}_y\right],$$

$$\vec{E}_2 = E_0 \left[\cos\left(kx - \omega t\right)\vec{e}_x - \sin\left(kx - \omega t\right)\vec{e}_y\right],$$

linear polarisiert ist.

Hinweis
Benutzen Sie

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}, \qquad \sin a - \sin b = 2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}.$$

(d) Betrachten Sie die Superposition einer zirkular polarisierten Welle und einer linear polarisierten Welle. Welche Gebilde beschreibt das elektrische Feld?