

## Moderne Theoretische Physik WS 2013/2014

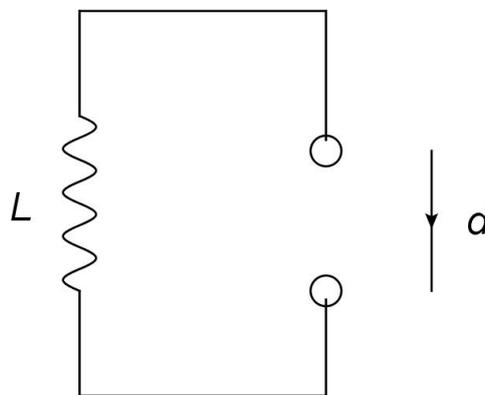
Prof. Dr. A. Shnirman  
Dr. B. NarozhnyBlatt 7  
Besprechung 13.12.2013

## 1. Hertzscher Dipol:

(10 Punkte)

Der Hertz'sche Dipol, auch Elementardipol genannt, ist die Idealisierung eines elektrischen Strahlers und dient der Berechnung der Abstrahlung realer Antennen.

Die einfachste Realisierung des Dipols sehen Sie in der Abbildung.



Am Anfang (Zeitpunkt  $t = 0$ ) haben die zwei leitende Kugeln (Radius  $a$ , Abstand  $d$ ) die Ladungen  $Q_0$  and  $-Q_0$ . Die Kugeln sind mit einer Spule (Induktivität  $L$ ) verbunden.

- (a) Wenn wir sowohl die Strahlung als auch alle dissipative Effekte vernachlässigen, dann bekommen wir einen elektrischen Schwingkreis.

Leiten Sie die Schwinggleichung (d.h. die Bewegungsgleichung der Ladung) her. Lösen Sie die Gleichung und finden Sie den zeitabhängigen Strom im Kreis. Was ist die Frequenz der Schwingungen? Bestimmen Sie die gesamte Energie die im Schwingkreis gespeichert ist.

*Hinweis:*

Die Kapazität der zwei Kugeln ist

$$C = \frac{a^2}{d}.$$

Benutzen Sie die kirchhoffschen Regeln (d.h. die Tatsache dass die Summe aller Teilspannungen im Kreis Null ist), das Faradaysche Induktionsgesetz (und die elektromotorische Kraft), und die Relation zwischen dem Strom und dem Magnetfluss.

- (b) Aus der Vorlesung ist bekannt, dass ein variierendes elektrisches Dipolmoment elektromagnetische Wellen erzeugt. Finden Sie das abgestrahlte Feld in der Fernfeld-Nährung. Berechnen Sie den zeitlich gemittelten Poynting-Vektor und die gesamte abgestrahlte Leistung. Finden Sie die richtungsabhängige Polarisation des elektrischen Feldes.

*Hinweis:*

Benutzen Sie die folgende Relation zwischen dem Vektorpotential  $\vec{A}$  und dem Dipolmoment ( $\vec{p}$  ist hier die Amplitude)

$$\vec{A} = -ik \frac{e^{ikr}}{r} \vec{p} e^{i\omega t}.$$

- (c) Die elektromagnetischen Wellen nehmen die Energie von dem Kreis weg. Dieser Energieverlust kann man mit Hilfe des Strahlungswiderstands beschreiben. Nehmen Sie an, dass der Energieverlust durch Strahlung gleichwertig mit der Heizleistung eines effektives Widerstands ist. Finden Sie den effektiven Widerstand.
- (d) Betrachten Sie jetzt den effektiven *RLC*-Kreis und finden Sie wie lang die Strahlung dauert.

*Hinweis:*

Zeigen Sie dass die Schwingungen exponentiell gedämpft sind und finden Sie die Zerfallsrate.