Klassische Theoretische Physik I WS 2013/2014

Prof. Dr. J. Schmalian
Dr. P. P. Orth

Blatt 1
Abgabe 25.10.2013

Anmeldung für die Tutorien über die Webseite
http://www.physik.kit.edu/Tutorium/WS1314/TheorieA/

Anmeldung möglich nur **von Mo, 21.10.13 (12 Uhr) bis Mi, 23.10.13 (23 Uhr)**. Bekanntgabe der Übungsgruppeneinteilung ab Do 24.10.2013 auf der Webseite http://www.tkm.kit.edu/lehre/ws2013_theoa_ueb.php.

1. Teilchentrajektorie und Dreibein ($15 + 5 + 25 + 5 = 50$ Punkte)

Wir untersuchen die Eigenschaften einer Trajektorie im dreidimensionalen Raum.

(a) Berechnen Sie Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = \frac{d}{dt}\boldsymbol{r}$ und Beschleunigung $\boldsymbol{a} = \frac{d^2}{dt^2}\boldsymbol{r}$ einer punktförmigen Masse m auf der Bahnkurve

$$\boldsymbol{r}(t) = \big(R\cos(\omega t + \phi), R\sin(\omega t + \phi), ct\big)\,. \tag{1}$$

Geben Sie die dazu notwendige Kraft $\boldsymbol{F}$ an.

(b) Berechnen Sie die Bogenlänge von $t' = 0$ zu $t' = t$, die gegeben ist durch

$$s(t) = \int_0^t dt' \left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt'}\right| \tag{2}$$

wobei $\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

(c) Berechnen Sie den Tangentenvektor $\boldsymbol{t}$, den Normalenvektor $\boldsymbol{n}$ und den Binormalenvektor $\boldsymbol{b}$ der Trajektorie $\boldsymbol{r}(t)$. Gemeinsam bilden sie ein Dreibein aus drei orthonormierten Vektoren, das sich mit dem Teilchen die Trajektorie entlang bewegt. Berechnen Sie ebenfalls die Krümmung der Bahnkurve κ sowie die Torsion τ. Der Tangentenvektor ist definiert als

$$\boldsymbol{t}(s) = \frac{d\boldsymbol{r}(s)}{ds}\,, \tag{3}$$

wobei $s(t)$ die Bogenlänge bezeichnet. Der Normalenvektor ist gegeben durch

$$\boldsymbol{n}(s) = \frac{1}{\kappa(s)}\frac{d\boldsymbol{t}(s)}{ds} \tag{4}$$

mit Krümmung

$$\kappa(s) = \left|\frac{d\boldsymbol{t}(s)}{ds}\right|\,. \tag{5}$$

Der Binormalenvektor komplettiert das Dreibein und ist definiert als

$$\boldsymbol{b}(s) = \boldsymbol{t}(s) \times \boldsymbol{n}(s)\,. \tag{6}$$

Die Torsion der Kurve τ ist definiert über

$$\frac{d\boldsymbol{b}(s)}{ds} = -\tau(s)\boldsymbol{n}(s) \tag{7}$$

oder $\tau(s) = \left|\frac{d\boldsymbol{b}(s)}{ds}\right|$.

(d) Zeichnen Sie schematisch die Bahnkurve $\boldsymbol{r}(t)$ und fügen Sie das Dreibein an zwei verschiedenen Stellen der Kurve hinzu. Erklären Sie kurz warum man κ als Krümmung und τ als Torsion bezeichnet.

2. Beschleunigte Bewegung (15 Punkte)

Ein Körper befinde sich zur Zeit $t = 0$ bei $\boldsymbol{r}(0) = (0, 1, 1)$, besitze die Geschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{r}}(0) = (1, 0, 1)$ und erfahre die Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{r}}(t) = (2\cos(3t), 5t^3 - 6, 0)$. Es ist üblich mit $\dot{\boldsymbol{r}} \equiv \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ und $\ddot{\boldsymbol{r}} \equiv \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ Ableitungen nach der Zeit zu bezeichnen.

Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{r}}(t)$ und die Trajektorie $\boldsymbol{r}(t)$.

3. Schiefer Wurf (20 Punkte)

Unter welchem Winkel gegen die Horizontale muß man einen Kieselstein vom Dach des Physikhochhauses (Höhe $h = 60$m) werfen, um bei möglichst kleiner Anfangsgeschwindigkeit v_0 den Anstoßpunkt im KSC Stadion zu treffen (Abstand $a = 400$ m). Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand und eventuelle Barrieren.

4. Flussübersetzung (15 Punkte)

Sie wollen mit einem Boot der Geschwindigkeit $|\boldsymbol{v}| = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zum genau gegenüberliegenden Punkt eines 40m breiten Flusses übersetzen. Der Fluss fließe überall mit einer Geschwindigkeit von $|\boldsymbol{u}| = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(a) In welche Richtung müssen Sie steuern ?

(b) Wie lange dauert die Überfahrt ?