

## Klassische Theoretische Physik I WS 2013/2014

Prof. Dr. J. Schmalian  
Dr. P. P. OrthBlatt 9, 100 Bonuspunkte  
Abgabe 10.01.2014**1. Kollision** (10 Punkte)

Ein Autofahrer, der mit der Geschwindigkeit  $v_1$  fährt, kann vor einem unerwarteten Hindernis gerade noch zum Stehen kommen. Mit welcher Restgeschwindigkeit  $v$  wäre er auf das Hindernis aufgefahren, wenn er mit der Geschwindigkeit  $v_2 > v_1$  gefahren wäre und exakt am selben Ort mit derselben (konstanten) Beschleunigung  $a$  zu bremsen begonnen hätte. Lösen Sie die Aufgabe für allgemeine  $v_1$  und  $v_2$ . Welchen Wert erhalten Sie für  $v_1 = 40$  km/h und  $v_2 = 50$  km/h ?

**2. Vektoranalysis** (5 + 10 + 10 = 25 Punkte)

(a) Berechnen Sie den Gradienten des Potentials  $V(x, y, z) = C/r$  mit  $C \in \mathbb{R}$  und  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , und seinen Betrag.

(b) Berechnen Sie die Arbeit, die verrichtet wird, wenn man ein Teilchen vom Punkt  $a = (1, 0, 0)$  zum Punkt  $b = (-1, 0, \pi)$  entlang der folgenden Wege  $C_1$  und  $C_2$  im Kraftfeld  $\mathbf{F} = -y\mathbf{e}_x + x\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$  bewegt:

- $C_1$ : entlang der Helix  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = t$ ,
- $C_2$ : entlang der Geraden, die die beiden Punkte verbindet.

(c) Berechnen Sie das folgenden Oberflächenintegral

$$I = \int_A d\mathbf{s} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) \quad (1)$$

mit  $\mathbf{E} = x^2\mathbf{e}_x + z^2\mathbf{e}_y - y^2\mathbf{e}_z$  über den Teil der Fläche  $z = 4 - x^2 - y^2$ , der oberhalb der  $x$ - $y$ -Ebene liegt.

**3. Differentialgleichungen** (10 + 15 = 25 Punkte)

(a) Geben Sie die allgemeine Lösung  $v(t)$  der Differentialgleichung  $\dot{v} + \beta v - g = 0$  mit  $\beta, g \in \mathbb{R}$ . Wie verhält sich die Lösung für  $t \rightarrow \infty$ ? Geben Sie eine Lösung mit dem Anfangswert  $v_0(t = 0) = v_0$  an.

(b) Geben Sie die vollständigen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen an. Eine vollständige Lösung besteht aus der Summe der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung (mit rechter Seite gleich Null) und der speziellen Lösung (im Falle einer inhomogenen Gleichung mit nicht-verschwindender rechter Seite).

$$y''' + y = 0 \quad (2)$$

$$4y'' + 12y' + 9 = 0 \quad (3)$$

$$y'' + y' - 2y = e^{2x} \quad (4)$$

#### 4. Sanduhr

(10 + 10 = 20 Punkte)

Eine Sanduhr werde im abgelaufenen Zustand gewogen, danach während des Ablaufens, bei dem pro Zeit eine Sandmenge  $dm/dt = a$  mit  $a > 0$  ausläuft, die näherungsweise eine konstante Höhe  $h$  reibungslos durchfällt.

- (a) Berechnen Sie die Gewichtsminderung  $\Delta F_-$  durch die im Fallen begriffene Sandmenge.
- (b) Berechnen Sie die Gewichtszunahme  $\Delta F_+$  durch das Auftreffen des Sandes.

#### 5. Umzugsservice Krabbe & Schwan GmbH

(20 Punkte)

Die Studenten haben den Tutoren der Klassischen Theoretischen Physik I ein großes Weihnachtsgeschenk gemacht. Zwei Umzugshelfer, Karlo Krabbe und Dr. Siegmund Schwan vom Durlacher Umzugsservice Krabbe und Schwan GmbH müssen das schmale und auf einer langen Fläche liegende Paket über eine raue Oberfläche mit Reibungskoeffizient  $\mu = 0.5$  unter den Weihnachtsbaum bewegen (siehe Abb. 1). Die Masse des Pakets beträgt  $m = 150$  kg. Dr. Schwan kann maximal eine Kraft von  $F_s = 700$  N ausüben und Karlo Krabbe eine Kraft von  $F_k = 350$  N. Offensichtlich könnten die beiden das Paket gemeinsam einfach bewegen; allerdings bestehen beide darauf, das mit der ihnen natürlich vorkommenden Technik zu tun und können sich daher mal wieder nicht einigen.

Zeigen Sie, dass beide das Paket auch alleine bewegen können. Dabei verwenden die beiden unterschiedliche Methoden. Die beiden dürfen dabei weder das Paket zerlegen noch aufrichten. *Hinweis:* die Namen der beiden Umzugshelfer sind nicht zufällig gewählt.

Frohe Weihnachten  
und ein gutes neues Jahr !

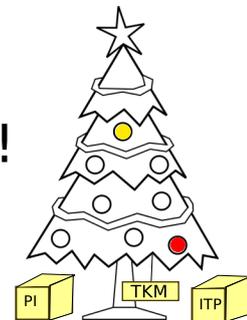
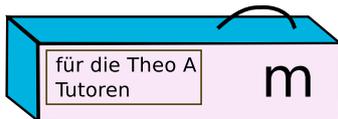


Abbildung 1: Paket, das Karlo Krabbe und Dr. Siegmund Schwan bewegen wollen.