

Theorie der Kondensierten Materie I WS 2017/2018

Prof. Dr. A. Mirlin, PD Dr. I. Gornyi
Dr. N. Kainaris, Dr. S. Rex, J. KlierBlatt 0
Besprechung 19.10.2017**1. Ideales Fermi Gas:** (10 Punkte)

In dieser Aufgabe wiederholen wir die statistische Mechanik des idealen Fermi Gases.

Wir betrachten ein ideales Gas freier fermionischer Punktteilchen der Masse m , die auch einen Spin $1/2$ besitzen, in niedrigen Dimensionen $d = 1, 2$. Bestimmen Sie bei $T = 0$ die Beziehungen zwischen der Gesamtteilchenzahl N und

- dem Grenzimpuls p_F und der Grenzenergie E_F ; (4 Punkte)
- der Gesamtenergie des Gases $U(T = 0)$; (2 Punkte)
- der Zustandsdichte an der Grenzenergie $\nu(E_F)$. (4 Punkte)

2. Ideales Bose-Gas. (10 Punkte)

In dieser Aufgabe wiederholen wir die statistische Mechanik des idealen Bose-Gases in $d = 3$. Drücken Sie die folgenden thermodynamischen Größen allein durch Integrale über die Bose-Funktion n_B aus:

- (a) die grosskanonische Zustandssumme Z_g ; (2 Punkte)
- (b) das grosskanonische Potential Ω ; (2 Punkte)
- (c) die innere Energie U ; (2 Punkte)
- (d) die Entropie S ; (2 Punkte)
- (e) die Teilchenzahl N . (2 Punkte)

3. Zweite Quantisierung: (10 Punkte)

Seien a^\dagger ein Fermion- und b^\dagger ein Bose-Erzeugungsoperator. Berechnen Sie

$$\{a^\dagger a, a^\dagger\}, \quad \{a^\dagger a, a\}, \quad [b^\dagger b, b^\dagger], \quad [b^\dagger b, b]$$

(4 Punkte)

und

$$\{e^{-a^\dagger a}, a\}, \quad [e^{-b^\dagger b}, b].$$

(6 Punkte)