

## Theorie der Kondensierten Materie I WS 2018/2019

Prof. Dr. A. Shnirman

Blatt 13

PD Dr. B. Narozhny, M.Sc. T. Ludwig

Besprechung 30.01.2019

## 1. Supraleitung und Coulomb-Wechselwirkung :

(100 Punkte)

In dieser Aufgabe erweitern wir die in der Vorlesung betrachtende Theorie der Supraleitung. Wir verallgemeinern das BCS-Modell und führen die impuls-abhängige Wechselwirkung ein

$$H_{int} = \sum_{k,k'} V_{k',k} c_{-k'\downarrow}^\dagger c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} c_{-k\downarrow}.$$

- (a) In der Vorlesung wurde die Selbstkonsistenzgleichung für  $T \neq 0$  hergeleitet. Wiederholen Sie jetzt diese Rechnung für den obigen Hamilton-Operator und zeigen Sie, dass die Selbstkonsistenzgleichung die folgende Form hat

$$\Delta_k = - \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} V_{kp} \frac{\tanh(\xi_p/2T)}{2\xi_p} \Delta_p,$$

wobei der impuls-abhängige Ordnungsparameter lautet

$$\Delta_k = \sum_p V_{kp} \langle c_{p\uparrow} c_{-p\downarrow} \rangle.$$

- (b) Das BCS-Modell nähert die Wechselwirkung  $V_{kp}$  durch eine attraktive Konstante ( $g > 0$ ) an

$$V_{k,p} = \begin{cases} -g, & |\xi_k|, |\xi_p| < \omega_D, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \Delta_k = \begin{cases} \Delta, & |\xi_k| < \omega_D, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Stattdessen betrachten wir nun die folgende Wechselwirkung

$$V_{k,p} = \begin{cases} -g + V, & |\xi_k|, |\xi_p| < \omega_D, \\ V, & \omega_D < |\xi_k| \text{ oder } |\xi_p| < \omega_C, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei  $V > 0$  die abstoßende Coulomb-Wechselwirkung beschreibt und  $\omega_C \gg \omega_D$ .

Finden Sie für dieses Modell die kritische Temperatur (die so genannte McMillan-Formel). Unter welchen Bedingungen ist die Lösung möglich?